

Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 14

4.6.2013. wtorek, godz. 8:30

sala -001

1. Elektron jest uwięziony wewnątrz nieskończonej sfery o promieniu R :

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla } r < R \\ \infty & \text{dla } R \leq r \end{cases}.$$

Obliczyć energię stanu podstawowego i średnie ciśnienie wywierane przez elektron na ścianki sfery.

Ciśnienie obliczamy ze wzoru $p = F/(4\pi R^2)$, gdzie siła $F = \langle -\partial V/\partial R \rangle = -\partial E_{\text{podst}}/\partial R$.

2. Obliczyć we współrzędnych sferycznych składowe operatora krętu:

$$\begin{aligned}\hat{L}_x &= -i\hbar \left(y \frac{\partial}{\partial z} - z \frac{\partial}{\partial y} \right) = i\hbar \left(\sin \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \cos \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{L}_y &= -i\hbar \left(z \frac{\partial}{\partial x} - x \frac{\partial}{\partial z} \right) = i\hbar \left(-\cos \varphi \frac{\partial}{\partial \theta} + \cot \theta \sin \varphi \frac{\partial}{\partial \varphi} \right), \\ \hat{L}_z &= -i\hbar \left(x \frac{\partial}{\partial y} - y \frac{\partial}{\partial x} \right) = -i\hbar \frac{\partial}{\partial \varphi}.\end{aligned}$$

oraz

$$\hat{L}^2 = \hat{L}_x^2 + \hat{L}_y^2 + \hat{L}_z^2.$$

3. Cząstka o masie m porusza się w potencjale sferycznym

$$V(r) = c \ln \frac{r}{r_0}.$$

Obliczyć, korzystając z twierdzenia o wirale (wykład 7), średnią kwadratu prędkości w dowolnym stanie. Czy zależy ona od tego stanu? Pokazać, że odległości między energiami stanów związanych nie zależą od masy cząstki m (w tym celu zbadać pochodną $\partial E_n/\partial m$).

<http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/>