

Mechanika Kwantowa - kurs duży
grupa I, zestaw 9
30.4.2013. wtorek, godz. 8:30
sala -001

Proszę dokończyć zadania z poprzedniego zestawu:

1. Rozważmy jednowymiarową studnię potencjału ($V_0, a > 0$)

$$V(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ -V_0 & 0 \leq x \leq a \\ 0 & a < x \end{cases} .$$

Z lewej strony nadlatuje na potencjał cząstka (fala płaska) o masie m i dodatniej energii E . Jakie jest prawdopodobieństwo przejścia przez potencjał? Kiedy jest ono równe jedności? Ile wynosi prawdopodobieństwo odbicia?

2. Rozważyć potencjał z poprzedniego zadania z $V_0 < 0$ (bariera potencjału). Wyliczyć prawdopodobieństwo przejścia rozważając dwa przypadki $0 < E < |V_0|$ oraz $E > |V_0|$. Ile wynosi prawdopodobieństwo odbicia?

WSKAZÓWKA:

Założyć, że na lewo od potencjału f. falowa ma postać: $Ae^{ikx} + B^{-ikx}$, a na prawo $Ce^{ikx} + De^{-ikx}$. Warunki zszycia można zapisać w postaci macierzowej:

$$\begin{bmatrix} A \\ B \end{bmatrix} = M \begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} .$$

Wyliczyć M . Wykazać, że $\det M = 1$. Aby opisać rozpraszanie, konstruujemy macierz S zdefiniowaną jako (dlaczego):

$$\begin{bmatrix} C \\ D \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} A \\ D \end{bmatrix} .$$

Wyliczyć elementy S w funkcji elementów M .

1. Macierz S z zad.1. poprzedniego zestawu ma bieguny dla urojonych wartości $k = i\kappa$. Wykazać, że pojawiają się one w punktach odpowiadających stanom związanym w skończonej studni o głębokości V_0 .
2. Wykazać, że stan koherentny jest proporcjonalny do stanu

$$|z\rangle \sim \exp(za^\dagger) |0\rangle .$$

Znaleźć współczynnik proporcjonalności.

3. Wykazać, że stan koherentny z zad. 2 można zapisać jako

$$|z\rangle \sim \exp\left(i\frac{\bar{p}\hat{x}}{\hbar}\right) \exp\left(-i\frac{\bar{x}\hat{p}}{\hbar}\right) |0\rangle,$$

gdzie \bar{x} i \bar{p} są wartościami średnimi z zad.1. Skorzystać dwukrotnie ze wzoru Bakera-Hausdorffa

$$e^{\hat{A}}e^{\hat{B}} = e^{\hat{A}+\hat{B}+\frac{1}{2}[\hat{A},\hat{B}]}$$

Do rozwiązania tego zadania przyda się też znajomość stanu

$$e^{\alpha\hat{a}} |0\rangle = ?$$

<http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/>