Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 6

9.4.2013. wtorek, godz. 8:30

sala -001

1. Udowodnić, że iloczyn operatorów hermitowskich jest operatorem hermitowskim.

2. Proszę przygotować prezentację w programie Mathematica ilustrującą rozwiązanie następującego problemu:

   Cząstka o masie m porusza się w nieskończonej studni potencjału z barierą w środku:

$$V(x) = \begin{cases} \infty & x < -L \\ 0 & -L < x < -a \\ V & -a < x < a \\ 0 & a < x < L \\ \infty & L < x \end{cases}$$

   gdzie $V > 0$. Rozważyć stany o energii $E < V$. Napisać warunki zszycia i znaleźć warunki kwantyzacji. Rozwiązać warunki kwantyzacji. W tym celu przyjąć $L = 2$, $a = 1$, $\hbar = 1$, $m = 1$. Porównać z wynikami dla studni bez bariery w środku i dla potencjału nieskończonego z jednej strony i skończonego z drugiej o tych samych rozmiarach co „połowa" potencajłu $V(x)$.

   Przyjmując $V = 3$ znaleźć dwa najniższe poziomy energetyczne $E_{1,2}$ i odpowiadające im unormowane funkcje falowe $\psi_{1,2}(x)$. Wykreślić funkcje falowe i rozkłady prawdopodobieństwa.

   Przyjąć, że ogólne rozwiązanie zależne od czasu jest kombinacją liniową ($\hbar = 1$):

$$\psi(x,t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-iE_1 t}\psi_1(x) \pm e^{-iE_2 t}\psi_2(x) \right).$$

   Zrobić animowany w czasie wykres gęstości prawdopodobieństwa $|\psi(x,t)|^2$. Jak wyglądałaby zależność od czasu, gdyby energie $E_{1,2}$ były równe.

3. Rozważyć cząstkę o masie m poruszającą się w potencjale ($V_0 > 0$):

$$V(x) = -V_0 \delta(x).$$

   Znaleźć warunki dające kwantyzację energii dla $E < 0$ (uwaga: warunki zszycia w $x = 0$ sprowdzają się do ciągłości f. falowej i „skoku" pochodnej). Czy potencjał ten dopuszcza istnienie stanów związanych?

4. Wykonując całkę

$$\int_{-\infty}^{+\infty} d\xi \, F(\xi, u) \, F(\xi, w) e^{-\xi^2}$$

wyprowadzić warunek normalizacyjny dla wielomianów Hermite'a:

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} d\xi \, H_m(\xi) \, H_n(\xi) \, e^{-\xi^2} = \sqrt{\pi} 2^n n! \, \delta_{nm} \, .$$

http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/