

# Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 2

5.3.2013. wtorek, godz. 8:15

sala -001

1. Operatory momentu pędu definiujemy jako

$$\hat{L}_i = \varepsilon_{ijk} \hat{r}_j \hat{p}_k.$$

Obliczyć komutatory

$$[\hat{p}_i, \hat{L}_k] = ?, \quad [\hat{x}_i, \hat{L}_k] = ?.$$

2. Obliczyć komutator

$$[\hat{L}_i, \hat{L}_k] = ?.$$

Tzw. operator Casimira  $\hat{L}^2$  definiujemy jako

$$\hat{L}^2 = \sum_{i=1}^3 \hat{L}_i^2.$$

Obliczyć

$$[\hat{L}_i, \hat{L}^2] = ?.$$

3. Znaleźć funkcje własne i unormowane funkcje własne operatora energii kinetycznej

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}^2}{2m}.$$

Zakładając, że cząstka jest zamknięta w pudle o długości  $L$ , tzn. że dla  $x < 0$  i dla  $L < x$  funkcja własna operatora  $\hat{H}$  znika, znaleźć unormowane funkcje falowe i dozwolone wartości własne.

4. Rozpraszanie Comptona. Zakładając, że foton jest relatywistyczną cząstką o zerowej masie, rozważyć rozpraszanie fotonu o długości fali  $\lambda_1$  na spoczywającym elektronie o masie  $m$ . Przyjmując dla fotonu  $E = h\nu = hc/\lambda$  oraz korzystając z prawa zachowania pędu i energii w wersji relatywistycznej, wykazać, że długość fali fotonu  $\lambda_2$  po rozproszeniu pod kątem  $\theta$  spełnia związek

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2 \frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

<http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/>