Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 29

21.1.2013. poniedziałek, godz. 14:15, sala 128, grupa I

1. Proszę zwrócić uwagę, że na stronie www pojawiły się tematy do egzaminu ustnego.

2. Rozważając rozpraszanie w 3 wymiarach równanie Schrödingera przyjmuje postać:

$$\left(\nabla^2 + k^2\right)\psi(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2}V(\vec{r})\psi(\vec{r}).$$

Jest to niejednorodne równanie różniczkowe, które rozwiązujemy przy pomocy funkcji Greena zdefiniowanej jako

$$\left(\nabla_r^2 + k^2\right)G(\vec{r},\vec{r}') = \delta^{(3)}\left(\vec{r}-\vec{r}'\right). \tag{1}$$

Znaleźć G obliczając transformatę Fouriera równania (1) i przyjmując, że $G(\vec{r},\vec{r}') = G(\vec{r}-\vec{r}')$. Obliczając odwrotną transformatę trzeba obejść biegun na osi rzeczywistej. Przedyskutować możliwe sposoby obejścia bieguna i wnikającą z tego interpretację. W tym celu obliczyć zachowanie f. Greena na dużych odległościach.

3. Dla ruchu o dodatniej energii $E = \hbar^2k^2/2m$ radialne równanie Schrödingera ma postać:

$$\frac{d^2}{dr^2}R_{kl} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr}R_{kl} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2}V(r)\right)R_{kl} = 0. \tag{2}$$

Rozwiązać to równanie dla $l = 0$ oraz $V = 0$ stosując podstawienie $u(r) = rR_{k0}(r)$. Rozwiązać równanie (2) dla studni (bariery):

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{dla} \quad r \le R \\ 0 & \text{dla} \quad r > R \end{cases}$$

gdzie V_0 jest nieskończone ($V_0 = +\infty$), skończone (dodatnie, w tym przypadku rozważyć tylko sytuację gdy $E > V_0$, lub ujemne). W każdym z tych przypadków zbadać zachowanie asymptotyczne rozwiązania dla $r \gg R$ i porównać z rozwiązaniem swobodnym.

4. Wyliczyć w przybliżeniu Borna różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie na potencjale Yukawy

$$V(r) = V_0\frac{e^{-\mu r}}{\mu r}.$$

Zbadać granicę $\mu \to 0$ ($V_0/\mu = const. = ZZ'e^2$).