Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 28

14.1.2013. poniedziałek, godz. 14:15, sala 128, grupa I

1. Atom wodoru w stanie podstawowym poddany został działaniu jednorodnego, zmiennego w czasie pola elektrycznego

$$\vec{E}(t) = \vec{E}_0 \cos \omega t$$

przy czym $\hbar\omega > E_j$, gdzie $E_j = me^4/(2\hbar^2)$ jest energią jonizacji („minus" energia stanu podstawowego). W najniższym rzędzie rachunku zaburzeń obliczyć prawdopodobieństwo przejścia do stanu zjonizowanego na jednostkę czasu. Przedyskutować rozkład kątowy emitowanych elektronow.

WSKAZÓWKA. Aby obliczyć prawdopodobieństwo przejścia, należy znać f. falową stanu końcowego i gęstość stanów końcowych - np. paragraf 35 w podręczniku L. Schiff'a. W tym celu przyjąć, że układ jest zamknięty w pudle o rozmiararze L, a f. falowe stanów zjonizowanych są falami płaskimi.

2. Rozważając rozpraszanie w 3 wymiarach równanie Schrödingera przyjmuje postać:

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) \psi(\vec{r}) = \frac{2m}{\hbar^2} V(\vec{r}) \psi(\vec{r}).$$

Jest to niejednorodne równanie różniczkowe, które rozwiązujemy przy pomocy funkcji Greena zdefiniowanej jako

$$\left(\nabla_r^2 + k^2\right) G(\vec{r}, \vec{r}') = \delta^{(3)}\left(\vec{r} - \vec{r}'\right). \tag{1}$$

Znaleźć G obliczając transformatę Fouriera równania (1) i przyjmując, że $G(\vec{r}, \vec{r}') = G(\vec{r} - \vec{r}')$. Obliczając odwrotną transformatę trzeba obejść biegun na osi rzeczywistej. Przedyskutować możliwe sposoby obejścia bieguna i wnikającą z tego interpretację. W tym celu obliczyć zachowanie f. Greena na dużych odległościach.

3. Dla ruchu o dodatniej energii $E = \hbar^2 k^2/2m$ radialne równanie Schrödingera ma postać:

$$\frac{d^2}{dr^2} R_{kl} + \frac{2}{r}\frac{d}{dr} R_{kl} + \left(k^2 - \frac{l(l+1)}{r^2} - \frac{2m}{\hbar^2} V(r)\right) R_{kl} = 0. \tag{2}$$

Rozwiązać to równanie dla $l = 0$ oraz $V = 0$ stosując podstawienie $u(r) = rR_{k0}(r)$. Rozwiązać równanie (2) dla studni (bariery):

$$V(r) = \begin{cases} V_0 & \text{dla} \quad r \leq R \\ 0 & \text{dla} \quad r > R \end{cases}$$

gdzie V_0 jest nieskończone ($V_0 = +\infty$), skończone (dodatnie, w tym przypadku rozważyć tylko sytuację gdy $E > V_0$, lub ujemne). W każdym z tych przypadków zbadać zachowanie asymptotyczne rozwiązania dla $r \gg R$ i porównać z rozwiązaniem swobodnym.