Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 26

17.12.2012. poniedziałek, godz. 14:15, sala 128, grupa I

1. W chwili $t = 0$ funkcja falowa atomu wodoru jest następującą kombinacją funkcji własnych energii

$$\psi(\vec{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}} \left(2\psi^1_{0,0}(\vec{r}) + \psi^2_{1,0}(\vec{r}) + \sqrt{2}\psi^2_{1,1}(\vec{r}) + \sqrt{3}\psi^2_{1,-1}(\vec{r}) \right)$$

(w notacji $\psi^n_{l,m}$).

   (a) Jak ten stan ewoluuje w czasie?

   (b) Obliczyć wartość oczekiwaną energii w tym stanie.

   (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w chwili $t > 0$, atom jest w stanie $l = 1$ i $m = 1$ (n dowolne).

   (d) Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia w chwili $t = 0$ elektronu w odległości mniejszej niż $R = 10^{-10}$ cm od jądra. Odpowiednie całki po dr można przybliżyć używając rozwinięcia kwadratu funkcji falowej w parametrze R/a.

2. Udowodnić wzór:

$$\lim_{\Delta t \to \infty} \frac{1}{\Delta t} \frac{\sin^2 \frac{\omega_{mk}\Delta t}{2}}{\frac{\omega^2_{mk}}{4}} = 2\pi\delta(\omega_{mk}).$$

3. Hamiltonian opisujący cząstkę o spinie 1 ma postać

$$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + 2C\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$

gdzie A i B są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili $t = 0$ cząstka jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $+\hbar$. Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ w chwili t. Wyliczyć, prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie o $s_z = 1, 0$ lub -1.

4. Oscylator harmoniczny znajdował się w dalekiej przeszłości w stanie $|m\rangle$. W pierwszym rzędzie rachunku perturbacyjnego obliczyć prawdopodobieństwo przejścia w dalekiej przyszłości do stanu $|n\rangle$ pod wpływem jednorodnego pola siły

$$f(t) = \frac{f_0}{1 + \left(\frac{t}{t_0}\right)^2},$$

gdzie t_0 jest ustalonym parametrem. Przedyskutować granicę przejścia nagłego $t_0 \to 0$ i adiabatycznego $t_0 \to \infty$ (wykonać wykresy funkcji $f(t)$ dla różnych wartości t_0).