Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 24

3.12.2012. poniedziałek, godz. 14:15, sala 128, grupa I

1. Oszacować metodą wariacyjną energię stanu postawowego cząstki poruszającej się w jednowymiarowym potencjale

$$V(x) = k\,|x|\,,$$

gdzie $k > 0$. Jako funkcji próbnej użyć

$$\psi(x) = A_\lambda \exp(-\lambda x^2)$$

oraz

$$\psi(x) = A_\lambda \exp(-\lambda\,|x|),$$

gdzie $\lambda > 0$ jest parametrem wariacyjnym. Prównać z wynikiem dokładnym oraz z wynikiem otrzymanym przy pomocy metody WKB (zestaw 17).

2. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach E_1 i E_2. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. W chwili $t = 0$ włączono stały potencjał zaburzający V. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik?

3. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach $E_1 = E_2 = E$. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. Włączono potencjał zaburzający $f(t)V$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik?

4. W chwili $t = 0$ funkcja falowa atomu wodoru jest następującą kombinacją funkcji własnych energii

$$\psi(\vec{r}, 0) = \frac{1}{\sqrt{10}} \left(2\psi^1_{0,0}(\vec{r}) + \psi^2_{1,0}(\vec{r}) + \sqrt{2}\psi^2_{1,1}(\vec{r}) + \sqrt{3}\psi^2_{1,-1}(\vec{r}) \right)$$

(w notacji $\psi^n_{l,m}$).

   (a) Jak ten stan ewoluuje w czasie?

   (b) Obliczyć wartość oczekiwaną energii w tym stanie.

   (c) Jakie jest prawdopodobieństwo, że w chwili $t > 0$, atom jest w stanie $l = 1$ i $m = 1$ (n dowolne).

   (d) Jakie jest prawdopodobieństwo znalezienia w chwili $t = 0$ elektronu w odległości mniejszej niż $R = 10^{-10}$ cm od jądra. Odpowiednie całki po dr można przybliżyć używając rozwinięcia kwadratu funkcji falowej w parametrze R/a.