Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 13

7.6.2011. wtorek, godz. 8:15

sala 128

1. Elektron jest uwięziony wewnątrz nieskończonej sfery o promieniu R:

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla} \quad r < R \\ \\ \infty & \text{dla} \quad R \leq r \end{cases}.$$

   Obliczyć energię stanu podstawowego i średnie ciśnienie wywierane przez elektron na ścianki sfery.

   Ciśnienie obliczamy ze wzoru $p = F/(4\pi R^2)$, gdzie siła $F = \langle -\partial V/\partial R \rangle = -\partial E_{\text{podst}}/\partial R$.

2. Elektron porusza się w potencjale $V = kr$, $k > 0$.

   (a) Oszacować energię stanu podstawowego z zasady nieoznaczoności.

   (b) Oszacować energię stanu podstawowego metodą wariacyjną używając funkcji próbnej $\psi_\lambda(r) = Ae^{-\lambda r}$.

   (c) Obliczyć energię stanu podstawowego dokładnie. Wskazówka: użyć równania na funkcję $\chi(r) = r\,u(r)$ i sprowadzić równanie Schrödingera do równania Airy'ego: $\chi''(y) - y\,\chi(y) = 0$.

3. Rezonanse. Obliczyć współczynniki przepuszczenia i odbicia dla *podwójnej* bariery Diraca:

$$V(x) = S\delta(x) + S\delta(x - L).$$

   Wyrazić je przez zmienne bezwymiarowe $\kappa = kL$ i $a = mSL/\hbar^2$. Wykreślić (w Mathematice) zależność $T(\kappa), 1 < \kappa < 10$ dla $a = .1, 1., 10.$. Traktując te wykresy jako wskazówkę, pokazać analitycznie (albo numerycznie), że dla dużych a, T ma ostre maksima w $\kappa = \kappa_R \to n\pi$ gdy $a \to \infty$.

   Jakiego przybliżenia (wsk. rozwinięcia) należy dokonać aby wyprowadzić na $T(\kappa)$ postać Breita-Wignera

$$T(\kappa) \equiv \frac{A}{(\kappa - \kappa_R)^2 + \Gamma^2}, \quad \kappa \sim \kappa_R.$$