Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 3

15.3.2006. wtorek, godz. 8:15

sala 128

1. Wykazać, że funkcja Θ daje się zapisać jako całka

$$\Theta(\tau) = -\frac{1}{2\pi i} \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d\omega}{\omega + i\varepsilon} e^{-i\omega\tau}.$$

Korzystając z tej reprezentacji całkowej wykazać, że

$$\frac{d\Theta(\tau)}{d\tau} = \delta(\tau).$$

2. Pokazać, że

$$\delta(f(x)) = \sum_{x_i} \frac{1}{|f'(x_i)|} \delta(x_i)$$

gdzie punkty x_i są zerami funkcji $f(x)$. Zastosować powyższe twierdzenie do

$$\delta(x^2 - \alpha^2).$$

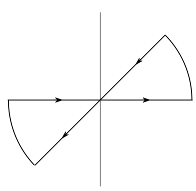
3. Rozpraszanie Comptona. Zakładając, że foton jest relatywistyczną cząstką o zerowej masie, rozważyć rozpraszanie fotonu o długości fali λ_1 na spoczywającym elektronie o masie m. Przyjmując dla fotonu $E = h\nu = hc/\lambda$ oraz korzystając z prawa zachowania pędu i energii w wersji relatywistycznej, wykazać, że długość fali fotonu λ_2 po rozproszeniu pod kątem θ spełnia związek

$$\Delta\lambda = \lambda_2 - \lambda_1 = 2\frac{h}{mc} \sin^2 \frac{\theta}{2}.$$

4. Policzyć całkę

$$\int_{-\infty}^{\infty} dx\, e^{iax^2}$$

dla $a > 0$. Całkować należy po konturze pokazanym na rysunku.



5. Rozwiązać zależne od czasu równanie Schrödingera w jednym wymiarze:

$$i\hbar\frac{\partial\Psi(x,t)}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\Psi(x,t)}{\partial t^2}.$$

Zbadać działanie operatora pędu $\hat{p} = -i\hbar\partial/\partial x$ na te rozwiązania.

Wskazówka: Zastosować separację zmiennych $\Psi(x,t) = A(t)\psi(x)$.

http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/