Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 12

grupa 1: poniedziałek 16.1.2012., godz. 14:05, sala 001B

1. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach $E_1 = E_2 = E$. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. Włączono potencjał zaburzający $f(t)V$. Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik?

2. Oscylator harmoniczny znajdował się w dalekiej przeszłości w stanie $|m\rangle$. Obliczyć prawdopodobieństwo przejścia w dalekiej przyszłości do stanu $|n\rangle$ pod wpływem jednorodnego pola siły
$$f(t) = \frac{f_0}{1 + \left(\frac{t}{t_0}\right)^2},$$
gdzie t_0 jest ustalonym parametrem. Przedyskutować granicę przejścia nagłego $t_0 \to 0$ i adiabatycznego $t_0 \to \infty$ (wykonać wykresy funkcji $f(t)$ dla różnych wartości t_0).

3. Wyliczyć w przybliżeniu Borna różniczkowy przekrój czynny na rozpraszanie na potencjale Yukawy
$$V(r) = V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}.$$
Zbadać granicę $\mu \to 0$ ($V_0/\mu = const. = ZZ'e^2$).

4. Klasycznie rozpraszaniu ulegają tylko cząstki, które padają na sztywną (nieskończoną) kulę w odległości nie większej niż a od osi z przebiegającej przez środek kuli. Takie cząstki mają maksymalny moment pędu $L \sim pa$ czyli $l \sim ka$. Spróbujmy we wzorze na przekrój czynny
$$\sigma = \frac{4\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1) \sin^2 \delta_l(k)$$
wysumować wszystkie fale parcjalne od $l = 0$ do $l = ka$. W tym celu przyjąć, że $\delta_{l+1} = \delta_l - \pi/2$ (dlaczego?). Wykazać, że w takim przybliżeniu $\sigma \sim 2\pi a^2$.