

Mechanika Kwantowa - kurs duży

zestaw 9

grupa 1: poniedziałek 12.12.2012., godz. 14:05, sala 001B

1. W doświadczeniu Sterna-Gerlacha wiązka atomów o momencie magnetycznym

$$\vec{\mu} = -g_J \mu_B \frac{1}{\hbar} \vec{J}$$

przechodzi przez obszar, w którym niejednorodne pole magnetyczne ma gradient wzdłuż osi o kierunku \vec{n} . Siła działająca na atomy dana jest wzorem

$$\vec{F} = (\vec{\mu} \cdot \vec{\nabla}) \vec{B}.$$

Zakładając, że $\vec{n} = \vec{n}_z = (0, 0, 1)$, oszacować jaki procent cząstek odchyli się w dodatnim i ujemnym kierunku osi z przyjmując, że

- wiązka atomów jest spolaryzowana wzdłuż osi z , tzn. 100% jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $\hbar/2$;
- wiązka atomów jest niespolaryzowana, tzn. że 50% atomów jest w stanie $|1/2, 1/2\rangle$ i 50% w stanie $|1/2, -1/2\rangle$;
- wiązka atomów jest spolaryzowana wzdłuż osi x , tzn. 100% jest w stanie własnym s_x do wartości własnej $\hbar/2$.

2. Atom wodoru poddany jest zaburzeniu

$$H' = \frac{V_0}{a_0^2} xy, \quad \text{gdzie } V_0 = 10^{-2} \text{ eV}$$

a a_0 jest promieniem Bohra. Interesują nas elementy macierzowe H' między niezaburzonymi stanami stacjonarnymi atomu wodoru

$$\langle n_2, l_2, m_2 | H' | n_1, l_1, m_1 \rangle.$$

Jakie wartości musi przyjmować różnica $\Delta m = m_2 - m_1$ aby elementy te nie były równe zero? Obliczyć macierz zaburzenia dla $n_1 = n_2 = n = 2$ i znaleźć poprawki do energii. Podać wartość liczbową.

3. Hamiltonian opisujący cząstkę o spinie 1 ma postać

$$H = A \frac{1}{\hbar} s_z + 2C \frac{1}{\hbar^2} s_x^2,$$

gdzie A i B są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili $t = 0$ cząstka jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $+\hbar$. Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ w chwili t . Wyliczyć, prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie o $s_z = 1, 0$ lub -1 .