

Mechanika Kwantowa - kurs duży

grupa I, zestaw 4

(grupa II, zestaw 4)

7.11.2012. wtorek, godz. 14:05

sala 001B

1. Zadanie z poprzedniego zestawu proszę rozwiązać nie korzystając z bazy stanów całkowitego krętu, tylko z jawnej postaci macierzy S_k . Następnie proszę zdiagnozować H .

System 2 cząstek o kręcie 1/2 opisywany jest hamiltonianem

$$H = A \frac{1}{\hbar} (S_z^{(1)} \cdot \mathbf{1}^{(2)} + \mathbf{1}^{(1)} \cdot S_z^{(2)}) + B \frac{1}{\hbar^2} \vec{S}^{(1)} \cdot \vec{S}^{(2)}.$$

Znaleźć wszystkie poziomy energetyczne takiego systemu.

2. System złożony z 2 elektronów związanych w kryształ opisywany jest jedynie przez ich spiny. Hamiltonian oddziaływania ma postać

$$H = -J(\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + \sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)})$$

gdzie $\sigma_i^{(1,2)}$ są macierzami Pauliego, które związane są z operatorami połówkowego spinu $\vec{s}^{(1,2)} = \hbar/2 \vec{\sigma}^{(1,2)}$. Ile poziomów energetycznych ma ten system? Znaleźć odpowiadające im energie i degeneracje.

Opisany wyżej system zostaje umieszczony w polu magnetycznym \vec{B} skierowanym wzdłuż osi z . Hamiltonian oddziaływania ma teraz postać

$$H = -J(\sigma_x^{(1)}\sigma_x^{(2)} + \sigma_y^{(1)}\sigma_y^{(2)}) - \vec{\mu} \cdot \vec{B}$$

gdzie moment magnetyczny układu obu elektronów dany jest wzorem

$$\vec{\mu} = -\frac{e}{mc} \vec{s} = -\frac{e}{mc} (\vec{s}^{(1)} + \vec{s}^{(2)})$$

gdzie $-e$ i m są odpowiednio ładunkiem i masą elektronu. Jak zmieniają się poziomy energetyczne układu w funkcji B_z ?

3. Rozważmy reakcje ropraszania cząstek π na nukleonie:

$$\pi^+ p \rightarrow \pi^+ p$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^- p$$

$$\pi^- p \rightarrow \pi^0 n$$

Cząstki π stanowią triplet izospinowy

$$|\pi^\pm\rangle = |1, \pm 1\rangle, |\pi^0\rangle = |1, 0\rangle$$

natomiast nukleon dublet

$$|p\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Izospin jest liczbą kwantową o własnościach – jeśli chodzi o składanie – takich jak moment pędu. Jest on zachowany w oddziaływaniach silnych odpowiedzialnych za podane wyżej reakcje. Stany numerujemy wartością t całkowitego izospinu i t_3 :

$$|t, t_3\rangle.$$

Rozpraszanie π -nukleon może zachodzić poprzez uformowanie stanu pośredniego zwanego rezonansem.

Może to być rezonans Δ :

$$|\Delta^{++}\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{3}{2} \right\rangle, |\Delta^+\rangle = \left| \frac{3}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^0\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle, |\Delta^-\rangle = \left| \frac{3}{2}, -\frac{3}{2} \right\rangle$$

lub rezonans N^*

$$|p^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle, |n^*\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle.$$

Obliczyć stosunki przekrojów czynnych na podane wyżej reakcje przyjmując, że zachodzą one albo poprzez uformowanie rezonansu Δ albo N^* .

WSKAZÓWKA: Mając dany stan początkowy w powyższych reakcjach, zastanowić się, jak wygląda amplituda prawdopodobieństwa otrzymania stanu pośredniego, a następnie otrzymania danego stanu końcowego. Przekrój czynny jest proporcjonalny do kwadratu amplitudy. Odpowiednie współczynniki Clebscha-Gordana odczytać z tablic.