Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 24 na dzień 18.05.2017 godz. 8:15

1. $C(f)$ is a convex function of f on I when:

$$C(\mu f_1 + (1-\mu) f_2) \leq \mu\, C(f_1) + (1-\mu)\, C(f_2),$$

where $f_1,\ f_2$ belong to I and $0 \leq \mu \leq 1$. Prove the theorem given at the lecture (where for C we took $C = e^{-f}$):

$$C(< f >) \leq < C(f) > .$$

Averaging $< \cdots >$ is defined as a sum with wieigths $0 \leq \mu_i \leq 1$:

$$< a >= \sum_{i=1}^{N} \mu_i\, a_i,$$

where $\sum_{i=1}^{N} \mu_i = 1$.

2. Proszę przeczytać rozdziały 10-1, 10-2 z podręcznika Feynmana i Hibbsa.

3. Funkcja rozdziału $\mathcal{Z}$ zdefiniowana jest jako:

$$\mathcal{Z} = \int dx\ \rho(x, x, \beta),$$

gdzie macierz gęstości jest euklidesową formą propagatora K:

$$\rho(x_2, x_1, \beta) = K(x_2, x_1, -i\hbar\beta).$$

Wyliczyć funkcję rozdziału dla cząstki swobodnej i dla oscylatora harmonicznego.

4. Przy pomocy macierzy gęstości dla oscylatora harmonicznego wyliczyć średnie x^2, a także średnią energię całkowitą i średnią energię kinetyczną.

5. Prove Feynman identity

$$\frac{1}{ab} = \int_0^1 \frac{dx}{[ax + b(1-x)]^2}.$$

Generalize the above parametrization to

$$\frac{1}{a_1 a_2 \ldots a_n}.$$