

# Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 12 na dzień 18.05.2016 godz. 10:00

zamieniona kolejność ćwiczeń i wykładu!!

sala B-2-01

1. Znaleźć propagator dla oscylatora harmonicznego z siłą wymuszającą  $\gamma(t)$ . W tym celu należy wyliczyć działanie klasyczne. Aby wyliczyć trajektorię klasyczną, należy znaleźć funkcję Greena dla równania oscylatora i następnie scałkować ją ze źródłem. Przy wyliczaniu działania warto scałkować przez części z człon kinetyczny i skorzystać z równań ruchu.
2. Wyliczyć propagator dla oscylatora harmonicznego ze stałą siłą wymuszającą całkując ogólny wzór z poprzedniego zadania. Porównać ze wzorem otrzymanym bezpośrednim rachunkiem, polegającym na dopełnieniu funkcji Lagrange'a do pełnego kwadratu i odpowiedniej zamianie zmiennych. W tych nowych zmiennych Lagrangian ma postać stałej plus Lagrangian dla oscylatora niewymuszonego.
3. Dla oscylatora wymuszonego wyliczyć ślad macierzy gęstości. Wygodnie jest przyjmując  $\hbar = \omega = m = 1$ . W tych oznaczeniach należy wykazać:

$$\text{Tr}\rho(\beta) = \sqrt{\frac{1}{2(\cosh \beta - 1)}} \exp \left( \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int_0^\beta d\sigma \frac{\gamma(\tau)\gamma(\sigma)}{1 - e^{-\beta}} [e^{-|\tau-\sigma|} + e^{|\tau-\sigma|-\beta}] \right).$$

Jest to forma dogodna do wzięcia granicy  $\beta \rightarrow \infty$ . Pokazać, że jest ona równoważna:

$$\text{Tr}\rho(\beta) = \sqrt{\frac{1}{2(\cosh \beta - 1)}} \exp \left( \frac{1}{2} \int_0^\beta d\tau \int_0^\beta d\sigma \gamma(\tau)\gamma(\sigma) \frac{\cosh(|\tau - \sigma| - \frac{\beta}{2})}{\sinh \frac{\beta}{2}} \right).$$

W celu wyprowadzenia powyższych wzorów, skorzystać ze znanego wzoru na  $K(x, x', T)$  dla oscylatora wymuszonego i zamienić w nim czas Minkowskiego  $t \rightarrow -i\tau$ . Następnie wykonać całkę po  $dx$  położywszy  $x = x'$ .