Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 10 na dzień 4.05.2016 godz. 12:00

sala B-2-01

1. Postępując tak, jak na wykładzie, wyprowadzić ogólny wzór na f_l w funkcji β_l. W tym celu użyć rozkładu dokładnej funkcji falowej dla konkretnego potencjału na fale parcjalne
$$\left\langle \vec{r} \middle| \psi^{(+)} \right\rangle = \frac{1}{(2\pi)^{3/2}} \sum_l (2l+1) i^l A_l(kr) P_l(\cos\theta)$$
i porównując ten rozkład z rozkładem tej samej funkcji na fale parcjalne daleko poza zasięgiem potencjału wyprowadziliśmy wzór
$$A_l(kr) = \frac{1}{2}(e^{2i\delta_l}+1) j_l(kr) + i\frac{1}{2}(e^{2i\delta_l}-1) y_l(kr),$$
który pozwolił na wyliczenie $\tan\delta_l$. Teraz należy zauważyć, że
$$e^{2i\delta_l} = 1 + 2ik\, f_l$$
i wyprowadzić analogiczny wzór na f_l (uwaga: pojawi się funkcja $h_l^{(+)} = h_l^{(1)} = j_l + iy_l$).

   Następnie rozważyć skończoną studnię potencjału, w szczególności wyliczyć f_0. Zbadać, kiedy w amplitudzie f_0 pojawiają się nieskończoności i powiązać je ze stanem związanym o energii.

2. Rozważyć rozpraszanie na odpychającym potencjale ($\gamma > 0$)
$$\frac{2m}{\hbar^2} V(r) = \gamma \delta(r - R).$$
Napisać odpowiednie równanie Schroedingera. Następnie dla $l = 0$ rozwiązać to równanie na lewo i na prawo od potencjału i wyprowadzić warunki zszycia funkcji falowej. Wyprowadzić wzór na $\tan\delta_0$. Rozważyć przypadek, kiedy γ jest bardzo duże. Następnie dla dowolnego γ pokazać, że dla kR małego (ale nie równego 0) pojawia się zachowanie rezonansowe $\cot\delta_0$ w funkcji energii (czyli $\cot\delta_0 = -c(E - E_r)$, co jest równe zeru dla $E = E_r$). Znaleźć pozycje rezonansów i ich szerokości.

3. Proszę znaleźć stany związane w sferycznej studni potencjału o głębokości $-V_0$ ($V_0 > 0$) i zasięgu R dla $l = 0$. W zależności od parametrów V_0 i R w takiej studni jest tylko skończona liczba stanów związanych $n = 0, 1, 2\ldots$Przypuśćmy, że w sposób ciągły zwiększamy głębokość studni V_0. W czasie tej zmiany poziomy w studni zmieniają energię (jak?), a dla pewnych dyskretnych wartości $V_0^{(n)}$ ($n = 1, 2, \ldots$) w studni pojawia się nowy poziom. Proszę wyliczyć wartości $V_0^{(n)}$ oraz energię nowego poziomu w tym punkcie. Proszę pokazć, że znalezione w ten sposób warości $V_0^{(n)}$ odpowiadają osobliwościom amplitudy rozpraszania na tej studni $f_{l=0}$ w granicy zerowej energii padającej fali płaskiej. Proszę zinterpretować ten wynik.