

Mechanika Kwantowa dla doktorantów  
zestaw 6 na dzień 6.04.2016 godz. 12:00  
sala B-2-01

1. Dla propagatora cząstki w polu magnetycznym z zadania 2 sprawdzić uogólniony wzór Van Vleck'a wyliczając

$$F = \text{const. det} \left( -\frac{\partial^2 S_{cl}}{\partial \vec{a} \partial \vec{b}} \right),$$

gdzie  $F$  jest czynnikiem normalizującym propagator ( $K = F e^{i\dots}$ ).

2. Proszę rozważyć radialne równanie Schrödingera w potencjale  $V(r) \rightarrow 0$  dla  $r \rightarrow \infty$  dla energii  $E = \hbar^2 k^2 / (2m) > 0$  przyjmując, że funkcja falowa separuje się na część kątową i radialną

$$\psi_{klm}(\vec{r}) = R_{kl}(r) Y_l^m(\vartheta, \varphi).$$

Dla dużych  $r$  (lub dla cząstki swobodnej) gdy potencjał znika, równanie to jest znane jako zmodyfikowane równanie Bessela. Rozwiązać to równanie dla  $l = 0$  definiując nową funkcję  $u(r) = r R_{k0}(r)$ .

Aby rozwiązać to równanie dla  $l \neq 0$  należy

- zdefiniować  $\chi_{kl}(r) = R_{kl}(r)/r^l$  i wyprowadzić równanie na  $\chi_{kl}(r)$ ,
- zróżniczkować to równanie po  $r$ ,
- zdefiniować nową funkcję  $f_{kl}(r) = r \chi'_{kl}(r)$ ,
- porównać równanie na  $f_{kl}$  z wyjściowym równaniem na  $\chi_{kl}$  i zgadnąć wzór rekurencyjny łączący  $\chi_{kl+1}$  z  $\chi_{kl}$ ,
- rozwiązać rekurencję i znaleźć  $R_{kl}(r)$  dla  $l = 1, 2$ ,
- znaleźć asymptotykę  $R_{kl}(r)$  dla dużych  $r$ ,
- startując z wyjściowego równania na  $R_{kl}(r)$  znaleźć zachowanie w zerze.

3. Przedyskutować, jak wyglądają rozwiązania równania Schrödingera w potencjale sztywnej kuli

$$V(r) = \begin{cases} \infty & \text{dla } r < R \\ 0 & \text{dla } R \leq r \end{cases}$$