

Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 28 na dzień 23.5.2013 czwartek 8:30
sala na antresoli 431

1. (Dokończenie) Using expansion for the wave function

$$\psi = \sum_l (2l + 1) i^l A_l(r) P_l(\cos \vartheta)$$

and conditions

$$\beta_l = \frac{r}{A_l} \frac{dA_l}{dr} \Big|_{r=R},$$
$$\tan \delta_l = \frac{kR j_l'(kR) - \beta_l j_l(kR)}{kR y_l'(kR) - \beta_l y_l(kR)}$$

derive general formula (in terms of spherical Bessel functions) for the scattering length for the finite spherical well ($V_0 > 0$):

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a < R \\ -V_0 & \text{dla } r < R \end{cases}.$$

In particular calculate $\tan \delta_0$. Discuss two limits $k \rightarrow 0$ and $k \rightarrow \infty$. How δ_0 depends on V_0 ?

2. Postępując tak, jak w poprzednich zadaniach, wyprowadzić ogólny wzór na f_l w funkcji β_l . Następnie rozważyć skończoną studnię potencjału, w szczególności wyliczyć f_0 .
3. Proszę znaleźć stany związane w sferycznej studni potencjału o głębokości $-V_0$ ($V_0 > 0$) i zasięgu R dla $l = 0$. W zależności od parametrów V_0 i R w takiej studni jest tylko skończona liczba stanów związanych $n = 0, 1, 2, \dots$. Przypuśćmy, że w sposób ciągle zwiększamy głębokość studni V_0 . W czasie tej zmiany poziomy w studni zmieniają energię (jak?), a dla pewnych dyskretnych wartości $V_0^{(n)}$ ($n = 1, 2, \dots$) w studni pojawia się nowy poziom. Proszę wyliczyć wartości $V_0^{(n)}$ oraz energię nowego poziomu w tym punkcie. Proszę pokazać, że znalezione w ten sposób wartości $V_0^{(n)}$ odpowiadają osobliwościom amplitudy rozpraszania na tej studni $f_{l=0}$ w granicy zerowej energii padającej fali płaskiej. Proszę zinterpretować ten wynik.