Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 23 na dzień 18.4.2013 czwartek 8:15

sala na antresoli 431

1. Proszę przygotować symulację numeryczną propagatora oscylatora harmonicznego metodą Metropolisa.

2. Hamiltonian systemu spinowego o spinie 1 jest dany wzorem

$$H = AS_z^2 + B(S_x^2 - S_y^2).$$

Proszę zdiagonalizować ten hamiltonian i znaleźć znormalizowane stany własne. Czy H jest niezmienniczy względem odbić czasowych? Jak transformują się pod wpływem odbicia czasowego stany własne H?

3. Rozważyć rozpraszanie na potencjale Yukawy:

$$V(r) = V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r},$$

gdzie $1/\mu$ jest zasięgiem oddziaływania. Wyliczyć amplitudę rozpraszania w pierwszym przybliżeniu Borna $f^{(1)}(\theta)$, gdzie θ jest kątem rozproszenia. Wyliczyć różniczkowy przekrój czynny $d\sigma/d\Omega$, zbadać granicę $\mu \to 0$ (potencjał Coulomba).

4. Posługując się wzorem na $f^{(1)}(\theta)$ dla przybliżenia Borna dla potencjału Yukawy:

$$V(r) = V_0 \frac{e^{-\mu r}}{\mu r}$$

i zakładając, że przesunięcia fazowe $|\delta_l| \ll 1$, wyprowadzić wzór na δ_l wyrażony poprzez funkcje Legendre'a $Q_l(\zeta)$ zdefiniowane jako

$$Q_l(\zeta) = \frac{1}{2} \int_{-1}^{1} d\zeta' \frac{P_l(\zeta')}{\zeta - \zeta'}.$$

Wykazać, że Q_l są rozwiązaniami r. Legendre'a. Proszę wyprowadzić rozwinięcie dla $|\zeta| > 1$

$$Q_l(\zeta) = \frac{l!}{1 \cdot 3 \ldots (2l+1)} \times \left\{ \frac{1}{\zeta^{l+1}} + \frac{(l+1)(l+2)}{2 \cdot (2l+3)} \frac{1}{\zeta^{l+3}} + \frac{(l+1)(l+2)(l+3)(l+4)}{2 \cdot 4 \cdot (2l+3)(2l+5)} \frac{1}{\zeta^{l+5}} + \ldots \right\} \quad (1)$$

Korzystając z (1) proszę udowodnić, że

(a) δ_l jest ujemne (dodatnie) gdy potencjał jest przyciągający (odpychający), t.j. $V_0 < 0$ ($V_0 > 0$);

(b) dla fali de Broglie'a znacznie „dłuższej" niż zasięg potencjału

$$\delta_l = \text{const} \times k^{2l+1}.$$

(c) Znaleźć wzór na współczynnik proporcjonalności const.