

Mechanika Kwantowa dla doktorantów  
zestaw 26 – 9.5.2012

1. Using expansion for the wave function from the previous problem set

$$\psi = \sum_l (2l + 1) i^l A_l(r) P_l(\cos \vartheta)$$

and conditions

$$\beta_l = \left. \frac{r}{A_l} \frac{dA_l}{dr} \right|_{r=R},$$
$$\tan \delta_l = \frac{kR j'_l(kR) - \beta_l j_l(kR)}{kR y'_l(kR) - \beta_l y_l(kR)}$$

derive general formula (in terms of spherical Bessel functions) for the scattering length for the finite spherical well ( $V_0 > 0$ ):

$$V(r) = \begin{cases} 0 & \text{dla } a < R \\ -V_0 & \text{dla } r < R \end{cases}.$$

In particular calculate  $\tan \delta_0$ . Discuss two limits  $k \rightarrow 0$  and  $k \rightarrow \infty$ . How  $\delta_0$  depends on  $V_0$ ?

2. Proszę znaleźć stany związane w sferycznej studni potencjału o głębokości  $-V_0$  ( $V_0 > 0$ ) i zasięgu  $R$  dla  $l = 0$ . W zależności od parametrów  $V_0$  i  $R$  w takiej studni jest tylko skończona liczba stanów związanych  $n = 0, 1, 2, \dots$ . Przypuśćmy, że w sposób ciągły zwiększamy głębokość studni  $V_0$ . W czasie tej zmiany poziomy w studni zmieniają energię (jak?), a dla pewnych dyskretnych wartości  $V_0^{(n)}$  ( $n = 1, 2, \dots$ ) w studni pojawia się nowy poziom. Proszę wyliczyć wartości  $V_0^{(n)}$  oraz energię nowego poziomu w tym punkcie. Proszę pokazać, że znalezione w ten sposób wartości  $V_0^{(n)}$  odpowiadają osobliwościom amplitudy rozpraszania na tej studni  $f_{l=0}$  w granicy zerowej energii padającej fali płaskiej. Proszę zinterpretować ten wynik.