

Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 20 – 21.3.2012
godz. 10:15 (antresola)

1. Atom wodoru rozpada się na proton i elektron, tak że układ jest po rozpadzie w stanie singletowym:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |e : +\rangle \otimes |p : -\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |e : -\rangle \otimes |p : +\rangle. \quad (1)$$

Wykonujemy pomiar $S_\alpha^{(e)}$ elektronu. Jakie są możliwe wyniki i jakie są prawdopodobieństwa ich otrzymania? Załóżmy, że wynikiem pomiaru jest $+\hbar/2$. Następnie wykonujemy pomiar $S_\beta^{(p)}$ protonu. Jakie są możliwe wyniki i jakie są prawdopodobieństwa ich otrzymania? Czy te prawdopodobieństwa byłyby takie same, gdyby najpierw zmierzono spin protonu a potem elektronu? Wyliczyć korelację

$$E(\alpha, \beta) = \frac{\langle S_\alpha^{(e)} \otimes S_\beta^{(p)} \rangle - \langle S_\alpha^{(e)} \rangle \langle S_\beta^{(p)} \rangle}{\sqrt{\langle S_\alpha^{(e)2} \rangle \langle S_\beta^{(p)2} \rangle}}$$

w stanie (1).

2. Załóżmy teraz, że po rozpadzie układ jest w stanie:

$$|e : +\varphi\rangle \otimes |p : -\varphi\rangle. \quad (2)$$

Wyliczyć $P_+(\alpha)$ otrzymania w wyniku pomiaru spinu elektronu $S_\alpha^{(e)}$ wartości $+\hbar/2$. W jakim stanie jest system po pomiarze? Czy pomiar wpływa na stan protonu? Wyliczyć $E(\alpha, \beta)$ dla stanu (2).

3. **Ukryte zmienne.** Załóżmy, że po rozpadzie atomu wodoru układ jest w stanie (2), ale kąt φ nie jest znany. Przyjmijmy, że rozkład prawdopodobieństwa tego kąta jest jednorodny. Kąt φ stanowi *zmienną ukrytą* i wszelkie średnie są teraz zdefiniowane jako

$$\langle A \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \langle e : +\varphi | \otimes \langle p : +\varphi | A | e : -\varphi \rangle \otimes | p : +\varphi \rangle.$$

Wyliczyć w tym modelu $E(\alpha, \beta)$ i porównać z wynikami otrzymanymi poprzednio.