Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 7 na dzień 7.12.2011 środa

1. Wyliczyć propagator cząstki poruszającej się po okręgu. W tym celu należy wsumować propaagaor cząstki swobodnej po wszystkich możliwych ńawinięciach". Proszę spróbować przepisać orzymany propagator w zmiennych biegunowych wprowadzając moment bezwładności $I = mR^2$ i moment pędu.

2. Udowodnić formułę sumowania Poisson'a:

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} g(x + 2\pi k) = \frac{1}{2\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \hat{g}(n) e^{inx}$$

   gdzie $g(x)$ jest funkcją periodyczną, a $\hat{g}(n)$ jest transformatą Fouriera:

$$\hat{g}(n) = \int_{-\infty}^{\infty} dx \, e^{-inx} g(x)$$

   Pokazać, że

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{i2\pi nx} = \sum_{\mu=-\infty}^{\infty} \delta(x - \mu).$$

3. Derive semiclassical (WKB) quantization condition for a one dimensional motion in an infinite potential well and calculate the energies. Compare with the exact result. Discuss the differences in quantization conditions with the case of a finite potential.

4. Prove the following identities:

$$\binom{N+1}{\mu} = \binom{N}{\mu} + \binom{N}{\mu - 1},$$

$$\sum_{\mu'' \leq \mu' \leq \mu} \binom{N}{\mu - \mu'} \binom{N'}{\mu' - \mu''} = \binom{N + N'}{\mu - \mu''}.$$

5. Show that for large N

$$\binom{N}{\mu} \left(\frac{1}{2}\right)^N \approx \sqrt{\frac{2}{\pi N}} e^{-\frac{j^2}{2N}}.$$