

# Mechanika Kwantowa dla doktorantów

## zestaw 16 – 17.3.2010

1. Atom wodoru rozpada się na proton i elektron, tak że układ jest po rozpadzie w stanie

$$|e : +\varphi\rangle \otimes |p : -\varphi\rangle. \quad (1)$$

Wyliczyć  $P_+(\alpha)$  otrzymania w wyniku pomiaru spinu elektronu  $S_\alpha^{(e)}$  wartości  $+\hbar/2$ . W jakim stanie jest system po pomiarze? Czy pomiar wpływa na stan protonu? Wyliczyć korelację

$$E(\alpha, \beta) = \frac{\langle S_\alpha^{(e)} \otimes S_\beta^{(p)} \rangle - \langle S_\alpha^{(e)} \rangle \langle S_\beta^{(p)} \rangle}{\sqrt{\langle S_\alpha^{(e)2} \rangle \langle S_\beta^{(p)2} \rangle}}$$

w stanie (??).

2. Załóżmy teraz, że po rozpadzie układ jest w stanie singletowym

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |e : +\rangle \otimes |p : -\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |e : -\rangle \otimes |p : +\rangle. \quad (2)$$

Wykonujemy pomiar  $S_\alpha^{(e)}$  elektronu. Jakie są możliwe wyniki i jakie są prawdopodobieństwa ich otrzymania? Załóżmy, że wynikiem pomiaru jest  $+\hbar/2$ . Następnie wykonujemy pomiar  $S_\beta^{(p)}$  protonu. Jakie są możliwe wyniki i jakie są prawdopodobieństwa ich otrzymania? Czy te prawdopodobieństwa byłyby takie same, gdyby najpierw zmierzono spin protonu a potem elektronu? Wyliczyć  $E(\alpha, \beta)$  dla stanu (??).

3. **Ukryte zmienne.** Załóżmy, że po rozpadzie atomu wodoru układ jest w stanie (??), ale kąt  $\varphi$  nie jest znany. Przyjmijmy, że rozkład prawdopodobieństwa tego kąta jest jednorodny. Kąt  $\varphi$  stanowi zmienną ukrytą i wszelkie średnie są teraz zdefiniowane jako

$$\langle A \rangle = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \langle e : +\varphi | \otimes \langle p : +\varphi | A | e : -\varphi \rangle \otimes | p : +\varphi \rangle.$$

Wyliczyć w tym modelu  $E(\alpha, \beta)$  i porównać z wynikami otrzymanymi poprzednio.