Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 10 – 6.1.2010

1. Otrzymane w zadaniu (z zestawu 5) dotyczącym ruchu cząstki w polu magnetycznym, działanie – a zatem i propagator – nie są translacyjnie niezmiennicze. Jak zmienia się S_{cl} przy przesunięciu całego układu o wektor $\overrightarrow{\varepsilon}$? Niezmienniczość translacyjną można odzyskać wykonując równocześnie transformację cechowania na potencjale $\overrightarrow{A}$ opisującym stałe pole magnetyczne $\overrightarrow{B}$ skierowane wzdłuż osi z. Jaka to transformacja i jak zależy od wektora $\vec{\varepsilon}$?

   Wskazówka: Lagragian z poprzedniego zadania jest w rzeczywistości szczególnym przypadkiem Lagrangianu opisującego oddziaływanie cząstki naładowanej z potencjałem wektorowym:
$$L = \frac{m}{2}\frac{d\overrightarrow{r}}{dt}^2 + \frac{q}{c}\frac{d\overrightarrow{r}}{dt}\cdot\overrightarrow{A}.$$
   Jaką postać ma potencjał $\overrightarrow{A}$, który sprowadza powyższy Lagrangian do poprzedniego?

2. Pokazać pod jakimi warunkami w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału:
$$V(x,t) = 2\,V(x)\,\cos(\omega t)$$
   wynosi:
$$\frac{dP(n\to m)}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar}|V_{mn}|^2\left\{\delta(E_m - E_n - \hbar\omega) + \delta(E_m - E_n + \hbar\omega)\right\}.$$

3. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach E_1 i E_2. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. W chwili $t = 0$ włączono stały potencjał zaburzający V ($V_{12} = V_{21}$). Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik? Powtórzyć rachunek dla przypadku zdegenerowanego $E_1 = E_2$ oraz $V_{11} = V_{22}$.

   Wskazówka: opłaca się odfaktoryzować wspólną fazę $\exp[-\frac{i}{2}(E_1 + E_2 + V_{11} + V_{22})t]$.