Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 5

18.11.2009, godz. 10:15, antresola

1. Zadanie z poprzedniego zestawu.

   Na porzednich ćwiczeniach wyliczyliśmy propagator dla oscylatora harmonicznego zaburzonego siłą $F(t)$:

   $$K(t_b, x_b; x_a, t_a) = \sqrt{\frac{m\omega}{2\pi i \sin \omega T}} \exp\left(\frac{i}{\hbar} S[\bar{x}(t)]\right),$$

   gdzie dzialanie klasyczne dla oscylatora wymuszonego ma postać:

   $$\begin{aligned} S[\bar{x}(t)] &= \frac{m\omega}{2\sin\omega T}\Bigg\{(x_a^2 + x_b^2)\cos\omega T - 2x_a x_b \\ &+ \frac{2x_b}{m\omega}\int_{t_a}^{t_b} dt\, F(t)\sin\omega(t - t_a) + \frac{2x_a}{m\omega}\int_{t_a}^{t_b} dt\, F(t)\sin\omega(t_b - t) \\ &- \frac{2}{m^2\omega^2}\int_{t_a}^{t_b} dt \int_{t_a}^{t} ds\, F(t)F(s)\sin\omega(t_b - t)\sin\omega(s - t_a)\Bigg\}, \end{aligned}$$

   gdzie $T = t_b - t_a$. Zbadać przypadki $F =$const., $F \to 0$ i/albo $\omega \to 0$.

2. Cząstka o masie m i ładunku e porusza się w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Funkcja Lagrange'a dla tego przypadku ma postać (dlaczego?):

   $$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}).$$

   Wyliczyć propagator dla ruchu od punktu $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ do punktu $\vec{b} = (x_b, y_b, z_b)$ w czasie T.

   Wsakzówka: Wygodnie jest wprowadzić zmienne $x'(t)$ i $y'(t)$, które odpowiadają przejściu do układu obracającego się ze stałą prędkością kątową α. Należy tak dobrać α aby w tym nowym układzie funkcja Lagrange'e rozseparowała się na trzy niezależne funkcje opisujące ruch cząstki swobodnej i dwa oscylatory harmoniczne. Pozwala to na natychmiastowe napisanie propagatora, który następnie trzeba przepisać w zmiennych wyjściowych.