

Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw - 15
28.1.2008.

1. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach E_1 i E_2 . W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. W chwili $t = 0$ włączono stały potencjał zaburzający V ($V_{12} = V_{21}$). Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik? Powtórzyć rachunek dla przypadku zdegenerowanego $E_1 = E_2$ oraz $V_{11} = V_{22}$.

Wskazówka: opłaca się odfaktoryzować wspólną fazę $\exp[-\frac{i}{2}(E_1 + E_2 + V_{11} + V_{22})t]$.

2. Hamiltonian opisujący cząstkę o kręcie 1 ma postać

$$H = A\frac{1}{\hbar}s_z + 2C\frac{1}{\hbar^2}s_x^2,$$

gdzie A i C są dowolnymi stałymi. Znaleźć poziomy energetyczne i funkcje falowe. W chwili $t = 0$ cząstka jest w stanie własnym s_z do wartości własnej $+\hbar$. Obliczyć wartość oczekiwaną operatora spinu.

WSKAZÓWKA Układ ma następujące energie własne (które trzeba wyliczyć) i odpowiadające im wektory własne:

$$(E_0 = 2C, E_{\pm} = C \pm \omega), \quad (\vec{e}_0, \vec{e}_{\pm}),$$

gdzie $\omega = \sqrt{A^2 + C^2}$ (sprawdzić!!!). Zależne od czasu równanie Schrödingera ma rozwiązania postaci

$$\psi(t) = \alpha \vec{e}_0 \exp(-iE_0 t/\hbar) + \beta \vec{e}_+ \exp(-iE_+ t/\hbar) + \gamma \vec{e}_- \exp(-iE_- t/\hbar).$$

Stałe α, β i γ należy wyliczyć z warunku początkowego. Średnia wartość spinu wyraża się wzorem

$$\langle s_i \rangle (t) = \psi^*(t) \hat{s}_i \psi(t).$$

3. Proszę przygotować wyniki symulacji numerycznej przy pomocy metody Metropolis.