Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw - 14

21.1.2008.

1. Proszę dokończyć zadanie 2 z poprzedniego zestawu:

   Znaleźć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału $V(x,t) = V(x)f(t)$, gdzie $f(t)$ dane jest wzorem:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{\gamma t}, & t < 0, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\gamma t}, & 0 < t < \frac{T}{2}, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\gamma(T-t)}, & \frac{T}{2} < t < T, \\ \frac{1}{2}e^{-\gamma(t-T)}, & T < t. \end{cases}$$

   Odpowiedź:

$$P(n \to m) = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (E_m - E_n)^2} \right)^2 |V_{mn}|^2 \frac{4 \sin^2 \frac{(E_m - E_n)T}{2\hbar}}{(E_m - E_n)^2}.$$

   Porównać z wynikiem, kiedy zaburzenie włączane jest gwałtownie w jednej chwili.

2. Pokazać pod jakimi warunkami w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału:

$$V(x,t) = 2\,V(x)\,\cos(\omega t)$$

   wynosi:

$$\frac{dP(n \to m)}{dt} = \frac{2\pi}{\hbar} |V_{mn}|^2 \left\{ \delta(E_m - E_n - \hbar\omega) + \delta(E_m - E_n + \hbar\omega) \right\}.$$

3. Hamiltonian H_0 ma dwa stany własne $|1\rangle$ i $|2\rangle$ o energiach E_1 i E_2. W chwili początkowej układ znajdował się w stanie $|1\rangle$. W chwili $t = 0$ włączono stały potencjał zaburzający V ($V_{12} = V_{21}$). Obliczyć prawdopodobieństwo, że w chwili t układ jest w stanie $|2\rangle$. Rachunek wykonać ściśle i w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń. Kiedy rachunek zaburzeń daje poprawny wynik? Powtórzyć rachunek dla przypadku zdegenerowanego $E_1 = E_2$ oraz $V_{11} = V_{22}$.

   Wskazówka: opłaca się odfaktoryzować wspólną fazę $\exp[-\frac{i}{2}(E_1 + E_2 + V_{11} + V_{22})t]$.