MECHANIKA KWANTOWA DLA DOKTORANTÓW

Zadania (VIII) na piątek, 28-go listopada 2008.

1. Zadania z poprzednich ćwiczeń, w szczególności przedyskutować, znalezioną przez p. Mielczarka w literaturze, konstrukcję jądra feynmanowskiego dla cząstki w nieskończonej jamie potencjału o szerokości L

$$K_L(x_b, x_a, T) = \Sigma_{r=-\infty}^{\infty} \left[K(x_b + 2rL, x_a, T) - K(-x_b + 2rL, x_a, T)\right] \quad (1)$$

Pokazać, że tak zdefiniowany propagator daje widmo enegii, a także funkcje falowe, czastki w powyższej studni. Wsk., użyć reprezentacji pędu dla propagatorów swobodnych, K, i wzoru sumacyjnego Poissona

$$\Sigma_{r=-\infty}^{\infty} \exp\left(\frac{i}{\hbar} 2Lrp\right) = \Sigma_{n=-\infty}^{\infty} \delta(p\frac{L}{\pi\hbar} - n) \quad (2)$$

Przedyskutować także podane tam rozwiązanie dla cząstki na okręgu.
2. Obliczyć jądro Feynmana dla naładowanej cząstki w stałym polu elektrycznym

$$L = \frac{m}{2}\dot{x} + fx. \quad (3)$$

3. Propagator cząstki w stałym polu magnetycznym, równoległym do osi Oz, ma postać (Feynman, Hibbs)

$$K(\vec{x}_b, \vec{x}_b, T) = \left(\frac{m}{2\pi i\hbar T}\right)^{3/2} \left(\frac{\omega T/2}{\sin(\omega T/2)}\right) \quad (4)$$

$$\exp\left(\frac{im}{2\hbar}\left[\frac{(z_b - z_a)^2}{T} + \frac{\omega}{2}\cot(\omega T/2)\left[(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2\right]\right]\right) \quad (5)$$

$$\exp\left(\frac{im}{2\hbar}\omega(x_a y_b - x_b y_a)\right) \quad (6)$$

Wyprowadzić stąd poziomy Landaua.
4. A. Wyprowadzić równania Eulera-Lagrange'a (3) dla drugiej wariacji działania.
B. Pokazać, że gestość trajektorii w pędzie, $J(p, t)$ spełnia równanie Jacobiego (10).
C. Pokazać, że rozwiazania klasyczne dla oscylatora harmonicznego rzeczywiście nie sa osobliwe w $\omega T = \pi n$, jeśli sparametryzować je

przez pęd i położenie początkowe, a nie przez x_a i x_b. Wykreślić tory $x_{x_a,p}(t)$ dla kilku wartości p i sprawdzić ich ogniskowanie.

J. Wosiek.