Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 5 – 7.11.2008. godz 14:00 sala 431a

UWAGA: Od listopada wykład prowadzić będzie Prof. Jacek Wosiek. Wykład odbywać się będzie w piątki o godz 8:15 w sali 431a. Ćwiczenia w listopadzie będą odbywać się także w piątki o godz. 14:00 w sali 431a, a od grudnia we środy o godz 10:30 w sali na antresoli.

1. Na pierwsze ćwiczenia w grudniu tj. 3.12.2008 (środa) proszę napisać program komputerowy wyliczający energię stanu podstawowego oscylatora harmonicznego (lub dla innego dokładnie rozwiązywalnego potencjału) metodą Metropolisa. Proszę porównać z wynikiem dokładnym.

2. Korzystając z przedstawionej na wykładzie metody, wyliczyć momenty $n = 3, 4$

$$\mu_n(t) = \langle \Delta x^n \rangle = v^n \left\langle \left(\int_0^t d\tau (-1)^{N(\tau)} \right)^n \right\rangle ,$$

gdzie średniowanie $\langle \ldots \rangle$ należy rozumieć jako średniowanie po rozkładzie Poissona

$$\langle \ldots \rangle = \sum_{r=0}^{\infty} \ldots e^{-a\tau} \frac{(a\tau)^r}{r!}.$$

Wskazówka: dla $n = 3$ i $n = 4$ zapisać

$$\begin{aligned} N(\tau_1) + N(\tau_2) + N(\tau_3) &= 2N(\tau_2) + [N(\tau_3) - N(\tau_2)] + [N(\tau_1) - N(0)] \\ N(\tau_1) + N(\tau_2) + N(\tau_3) + N(\tau_4) &= 2N(\tau_3) + 2N(\tau_1) \\ &\quad + [N(\tau_4) - N(\tau_3)] + [N(\tau_2) - N(\tau_1)] \end{aligned}$$

gdzie $N(0) = 0$. Potraktować różnice $[N(\tau_{i+1}) - N(\tau_i)]$ jako zmienne losowe podlegające rozkładowi Poissona z $\tau = \tau_{i+1} - \tau_i$.

3. Wyliczyć tranformatę Laplace'a z momentów z poprzedniego zadania i porównać z wzorami ogólnymi podanymi na wykładzie:

$$\int_0^\infty dt \frac{\mu_n(t)}{n! v^n} = \begin{cases} \frac{1}{s^{(n+1)/2}} \frac{1}{(s+2a)^{(n+1)/2}} & \text{dla } n = 2m+1 \\ \frac{1}{s^{n/2+1}} \frac{1}{(s+2a)^{n/2}} & \text{dla } n = 2m \end{cases}$$

4. Proszę wyliczyć propagator dla oscylatora harmonicznego zaburzonego siłą $F(t)$. Ponieważ różnica między propagatorem swobodnym a zaburzonym polega tylko na zamianie S_{cl}, należy wyliczyć S_{cl} dla oscylatora zaburzonego. Zbadać przypadek gdy siła jest niezależna od czasu oraz przypadki gdy $F \to 0$ i/albo $\omega \to 0$. Uwaga: trajektorię klasyczną dla oscylatora zaburzonego siłą $F(t)$ należy wyliczyć metodą funkcji Greena. Należy posłużyć się tzw. tożsamościami Greena, powszechnie stosowanymi w elektrodynamice klasycznej.