Mechanika Kwantowa dla doktorantów

zestaw 4 – 29.10.2008

1. Klasyczne twierdzenie o wiriale.

   Udowodnić, że dla ograniczonego ruchu klasycznego punktowych cząstek o masach m_i

   $$\langle T \rangle = -\frac{1}{2} \left\langle \sum_i \vec{F}_i \cdot \vec{r}_i \right\rangle$$

   gdzie T to całkowita energia kinetyczna a $\vec{F}_i$ to siła działająca na i-tą cząstkę. Średniowanie $\langle \ldots \rangle$ należy rozumieć jako średnią czasową

   $$\langle X \rangle = \frac{1}{\tau} \int\limits_0^\tau dt\, X(t).$$

   WSKAZÓWKA: Rozważyć funkcję $G = \sum\limits_i \vec{p}_i \cdot \vec{r}_i$, którą należy zróżniczkować i wyśredniować.

2. Startując z 2 równań telegrafistów:

   $$\frac{\partial P_\pm(x,t)}{\partial t} = a \left(P_\pm(x,t) - P_\mp(x,t) \right) \mp v \frac{\partial P_\pm(x,t)}{\partial x}$$

   wyprowadzić 2 równania 2 rzędu każde, jedno na P_+ drugie na P_-.

3. Funkcja Lagrange'a dla oscylatora harmonicznego ma postać:

   $$L = \frac{m}{2} \dot{x}(t)^2 - \frac{m\omega^2}{2} x(t)^2.$$

   Wyliczyć klasyczne działanie dla oscylatora opisujące propagację od punktu $(x_a, t_a) \to (x_b, t_b)$. Przedyskutować osobliwości pojawiające się w tym działaniu.

   WSKAZÓWKA: Znaleźć najpierw klasyczną trajektorię $\bar{x}(t)$. Następnie wyliczyć działanie korzystając z równań ruchu. Warto wykonać całkę po czasie przez części.