Mechanika Kwantowa dla doktorantów
zestaw 7 – 21.11.2007

1. Proszę wyliczyć propagator dla oscylatora harmonicznego zaburzonego stałą siłą F. W tym celu wykazać, że różnica między propagatorem swobodnym a zaburzonym polega tylko na zamianie S_{cl}. W związku z tym wyliczyć S_{cl} dla oscylatora zaburzonego. Zbadać granicę $F \to 0$ i/albo $\omega \to 0$. Uwaga: trajektorię klasyczną dla oscylatora zaburzonego stałą siła należy wyliczyć metodą funkcji Greena. Należy posłużyć się tzw. tożsamościami Greena, powszechnie stosowanymi w elektrodynamice klasycznej.

2. Porównując ogólny wzór na propagator oscylatora harmonicznego

$$K(x_2, t_2; x_1, t_1) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(x_2)\psi_n^*(x_1)\, \exp\left(-\frac{i}{\hbar}E_n(t_2 - t_1)\right)$$

z jawnym wzorem na K znaleźć pierwsze dwie funkcje własne oscylatora $\psi_{1,2}$,oraz odpowiadające im energie własne E_n. W tym celu użyć dla K wzoru

$$K(x_2, t_2; x_1, t_1) = \sqrt{\frac{m\omega}{2\pi i\hbar\, \sin \omega t}} e^{\frac{i}{\hbar}S_{\mathrm{cl}}},$$

gdzie działanie klasyczne zostało wyliczone w poprzednim zadaniu.

WSKAZÓWKA. Spsób wyznaczania wektorów własnych jest omówiony w podręczniku Feynmana Hibbsa, rozdział 8-1. Warto użyć zmiennych przeskalowanych $\xi = \sqrt{m\omega/\hbar}\, x$ oraz $\psi_n(x) = (m\omega/\,\pi\hbar)^{1/4}\phi_n(\xi)$. Zapisanie funkcji trygonometrycznych w postaci $e^{\pm i\omega T}$pozwala na rozwinięcie K w szereg

$$K \sim e^{-i\omega T/2}(a_0 + a_1 e^{-i\omega T} + a_2 e^{-i2\omega T} + \ldots).$$