Mechanika Kwantowa dla doktorantów
14 zestaw – 24.1.2006

1. Wynik zadania 1 z poprzedniego zestawu sugeruje, że aby otrzymać energię kinetyczną, należy wyliczyć element macierzowy wyrażenia

$$T = \frac{m}{2}\left\langle \chi \left| \left(\frac{x_{k+1} - x_k}{\epsilon}\right)^2 - \frac{i\hbar}{m\epsilon} \right| \psi \right\rangle \tag{1}$$

gdyż

$$\frac{m}{2}\left(\frac{x_{k+1} - x_k}{\epsilon}\right)^2$$

daje wynik osobliwy. Posługując się techniką z zadania 2 z poprzedniego zestawu wykazać, że T jest rzeczywiście energią kinetyczną. Rachunek trzeba wykonać do drugiego rzędu w ϵ.

2. Znaleźć w pierwszym rzędzie rachunku zaburzeń prawdopodobieństwo przejścia dla potencjału $V(x,t) = V(x)f(t)$, gdzie $f(t)$ dane jest wzorem:

$$f(t) = \begin{cases} \frac{1}{2}e^{\gamma t}, & t < 0, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\gamma t}, & 0 < t < \frac{T}{2}, \\ 1 - \frac{1}{2}e^{-\gamma(T-t)}, & \frac{T}{2} < t < T, \\ \frac{1}{2}e^{-\gamma(t-T)}, & T < t. \end{cases}$$

Odpowiedź:

$$P(n \to m) = \left(\frac{\gamma^2}{\gamma^2 + (E_m - E_n)^2}\right)^2 |V_{mn}|^2 \frac{4\sin^2\frac{(E_m - E_n)T}{2\hbar}}{(E_m - E_n)^2}.$$

Porównać z wynikiem, kiedy zaburzenie włączane jest gwałtownie w jednej chwili.