Mechanika Kwantowa dla doktorantów - 7

zestaw 29.11.2005

1. Zbadać granicę $F = const.$ dla propagatora oscylatora wymuszonego siłą $F(t)$.

2. Znaleźć pozimy Landaua zapisując hamiltonian we współrzędnych walcowych (ρ, φ, z). Po przeprowadzeniu separacji zmiennych należy rozwiązać radialne równanie różniczkowe. W tym celu najpierw wyodrębnić zachowanie asymptotyczne dla $\rho \to \infty$, a otrzymane w ten sposób równanie rozwiązać metodą szeregów. Warto wprowadzić nową zmienną: $y = \rho^2(\mu\omega/\hbar)$, gdzie μ jest masą cząstki, a ω częstością oscylatora.

3. Cząstka o masie m i ładunku e porusza się w stałym polu magnetycznym B skierowanym wzdłuż osi z. Funkcja Lagrange'a dla tego przypadku ma postać (dlaczego?):

$$L = \frac{m}{2}(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) + \frac{eB}{2c}(x\dot{y} - y\dot{x}).$$

   Wyliczyć propagator dla ruchu od punktu $\vec{a} = (x_a, y_a, z_a)$ do punktu $\vec{b} = (x_b, y_b, z_b)$ w czasie T.

   Wsakzówka: Wygodnie jest wprowadzić zmienne $x'(t)$ i $y'(t)$, które odpowiadają przejściu do układu obracającego się ze stałą prędkością kątową α. Należy tak dobrać α aby w tym nowym układzie funkcja Lagrange'e rozseparowała się na trzy niezależne funkcje opisujące ruch cząstki swobodnej i dwa oscylatory harmoniczne. Pozwala to na natychmiastowe napisanie propagatora, który następnie trzeba przepisać w zmiennych wyjściowych.