Algebra z geometrią - 5

grupa 2.b
kurs mały
12.04.2005.

1. Dowieść, że punkty $z_{1,2,3}$ leżą na jednej prostej wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją liczby rzeczywiste $\alpha_{1,2,3}$ nie wszystkie równe zeru, takie że:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \quad \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 z_3 = 0.$$

2. Niech

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Obliczyć macierze: A^2, B^2, AB, BA, $AB - BA$, $AB + BA$ i wyznaczyć ich ślady.

3. Niech

$$A = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

Obliczyć: AB, BA $\mathrm{Tr}AB$, $\mathrm{Tr}BA$.

4. Obliczyć wyznaczniki

$$\begin{vmatrix} 0 & a & 0 \\ b & 0 & c \\ 0 & d & 0 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 27 & 9 & 9 \\ 62 & 23 & 18 \\ 35 & 14 & 7 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} x+y & x-y & 1 \\ x+y & x-1 & x+y \\ x+2y-1 & x-y & y \end{vmatrix}$$

oraz

$$\begin{vmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} 1 & 1 & \omega \\ 1 & 1 & \omega^2 \\ \omega^2 & 1 & 1 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} a & b & c \\ b & c\omega & a\omega^2 \\ c & a\omega^2 & b\omega \end{vmatrix}$$

gdzie $\omega = -(1 - i\sqrt{3})/2$.

Michał Praszałowicz
http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/