Algebra z geometrią - 4

kurs mały

5.04.2005.

1. Znaleźć na płaszczyźnie zespolonego z (o osiach Rez i Imz):

   - wierzchołek trójkąta równobocznego zbudowanego na odcinku (z_1, z_2).
   - środek ciężkości trójkąta (z_1, z_2, z_3).

2. Znaleźć na płaszczyźniezespolonej miejsce geometryczne punktów z spełniających warunki

$$\begin{aligned} z &= -\bar{z}, \\ |z - z_1| + |z - z_2| &= 2r, \\ |z - z_1| &= \lambda\, |z - z_2|\,, \end{aligned}$$

   gdzie $z_{1,2}$ są zadanymi punktami, $a > 0$, $\lambda > 0$.

3. Dowieść, że punkty $z_{1,2,3}$ leżą na jednej prostej wtedy i tylko wtedy, gdy istnieją liczby rzeczywiste $\alpha_{1,2,3}$ nie wszystkie równe zeru, takie że:

$$\alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 = 0, \quad \alpha_1 z_1 + \alpha_2 z_2 + \alpha_3 z_3 = 0.$$

4. Niech

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 2 \\ 3 & 1 & 1 \\ -2 & 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

   Obliczyć macierze: A^2, B^2, AB, BA, $AB - BA$, $AB + BA$ i wyznaczyć ich ślady.

Michał Praszałowicz
http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/