Algebra z geometrią - 2

kurs mały

8.03.2005.

1. Dla grupy S_3(grupy permutacji zbioru trójelementowego) wypisać tabelkę mnożenia grupowego.

2. Znaleźć wszystkie permutacje $\sigma \in S_3$, dla których składanie z
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$
jest przemienne.

3. Wykazać równość
$$(12\ldots n) = (1n) \circ \ldots \circ (13) \circ (12)$$

4. Obliczyć
$$\begin{array}{l} (3+7i)(-2+i) + (-5-2i)(-1+7i), \\ \dfrac{43+7i}{2-3i}, \\ (1+i)(1-i)(-1+i)(-1-i). \end{array}$$

5. Znaleźć wszystkie liczby zespolone o tej własności, że:
$$\begin{aligned} \overline{z} &= z^2, \\ \overline{z} &= z^3. \end{aligned}$$

6. Rozwiązać równania
$$|z| - z = 1 + 2i,$$
$$z^2 + (1+4i)z - (5+i) = 0.$$

7. Korzystając z tożsamości
$$\sum_{k=0}^{n} e^{ikx} = \frac{e^{i(n+1)x} - 1}{e^{ix} - 1}$$
wyliczyć sumy
$$\sum_{k=0}^{n} k, \qquad \sum_{k=0}^{n} k \cos kx.$$

Michał Praszałowicz
http://th-www.if.uj.edu.pl/~michal/