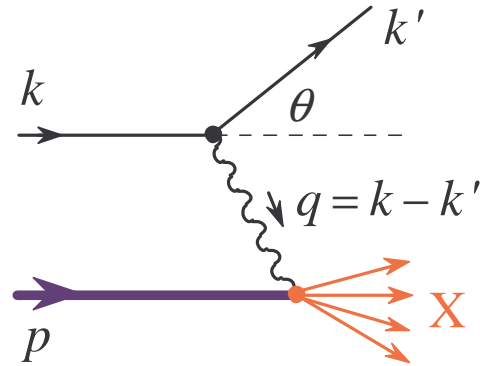


Rozpraszanie głęboko nieelastyczne (deep inelastic scattering)



Mamy:

$$p = M(1, 0, 0, 0)$$

$$k = \omega(1, 0, 0, 1), \quad k' = \omega'(1, \sin \theta \sin \varphi, \sin \theta \cos \varphi, \cos \theta), \quad q = k - k'$$

$$W^2 = p_X^2 \quad \text{dla rozpraszania elastycznego } W^2 = M^2 \quad \text{i dodatkowo } \int d^4 p_X$$

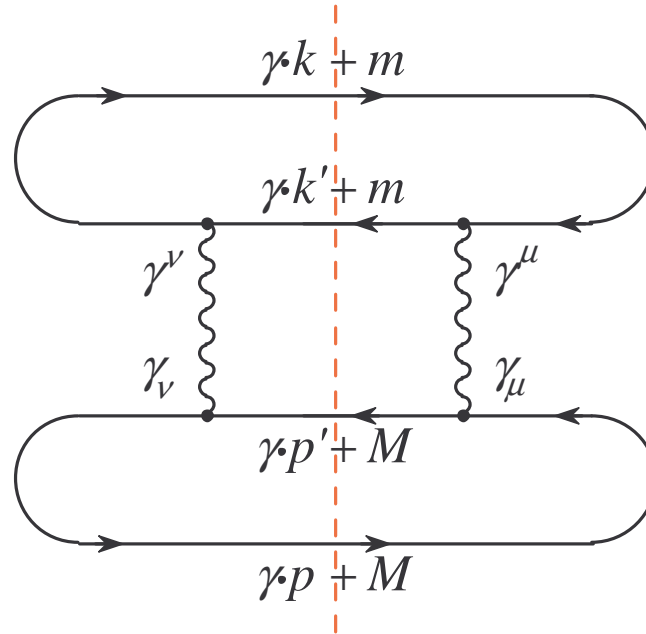
$$q \cdot p = (k - k') \cdot p = M(\omega - \omega') = M\nu$$

$$Q^2 = -q^2 = 2k \cdot k' = 2\omega\omega'(1 - \cos \theta) = 4\omega\omega' \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} \rightarrow W^2 = (p + q)^2 = M^2 + Q^2 \frac{1-x}{x} \rightarrow x \in (0, 1)$$

Przekrój czynny

$$d\sigma = \frac{1}{4E_1 E_2 |\vec{v}|} \int \frac{1}{4} \sum_{pol} A^\dagger A \frac{d^4 k'}{(2\pi)^3} \delta(k'^2) \frac{d^4 p'_2}{(2\pi)^3} \delta(p'^2 - M^2) (2\pi)^4 \delta(k + p - k' - p')$$



$$\frac{1}{4} \sum_{\varepsilon} A^\dagger A = \frac{e^4 e_M^2}{q^4} L^{\mu\nu}(k, k') L_{\mu\nu}(p, p')$$

Rozpraszanie bezmasowego elektronu $m = 0$ na masywnym fermionie o masie M i ładunku e_M w jednostkach e .

$$L^{\mu\nu}(p, q) = \mathcal{A} \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) - \mathcal{B} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right)$$

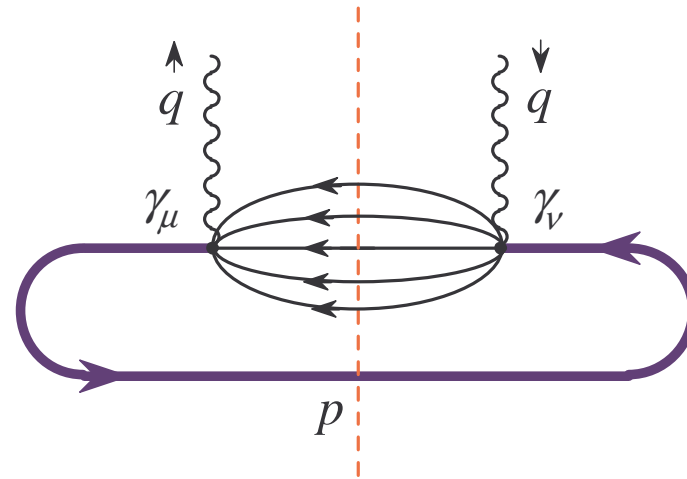
Dla rozpraszania elastycznego

$$\boxed{\mathcal{A} = 4, \mathcal{B} = q^2 = -Q^2}.$$

$$\frac{1}{4} \sum_{\varepsilon} A^\dagger A = \frac{e^4 e_M^2}{q^4} \{ \mathcal{A} p^\mu p^\nu L_{\mu\nu}(k, k') + \mathcal{B} g^{\mu\nu} L_{\mu\nu}(k, k') \}$$

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \frac{\pi\alpha^2 e_M^2}{4\omega^3 \omega' \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{4M^2} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \delta\left(\nu - \frac{Q^2}{2M}\right)$$

Proton nie jest elementarny:



Pamiętamy

$$L_{\mu\nu}(p, p') = 4 \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) - q^2 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right)$$

dla protonu

$$W_{\mu\nu}(p, q) = \underbrace{4W_2}_{\mathcal{A}} \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) + \underbrace{4M^2 W_1}_{-\mathcal{B}} \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right)$$

Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – przekrój czyny

Dla protonu ($e_M = 1$):

$$\begin{aligned}\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} &= \frac{\pi\alpha^2}{4\omega^3\omega' \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ \frac{\mathcal{A}}{4} \cos^2 \frac{\theta}{2} - \frac{\mathcal{B}}{4M^2} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \\ &= \frac{\pi\alpha^2}{4\omega^3\omega' \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ W_2(Q^2, \nu) \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1(Q^2, \nu) \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}\end{aligned}$$

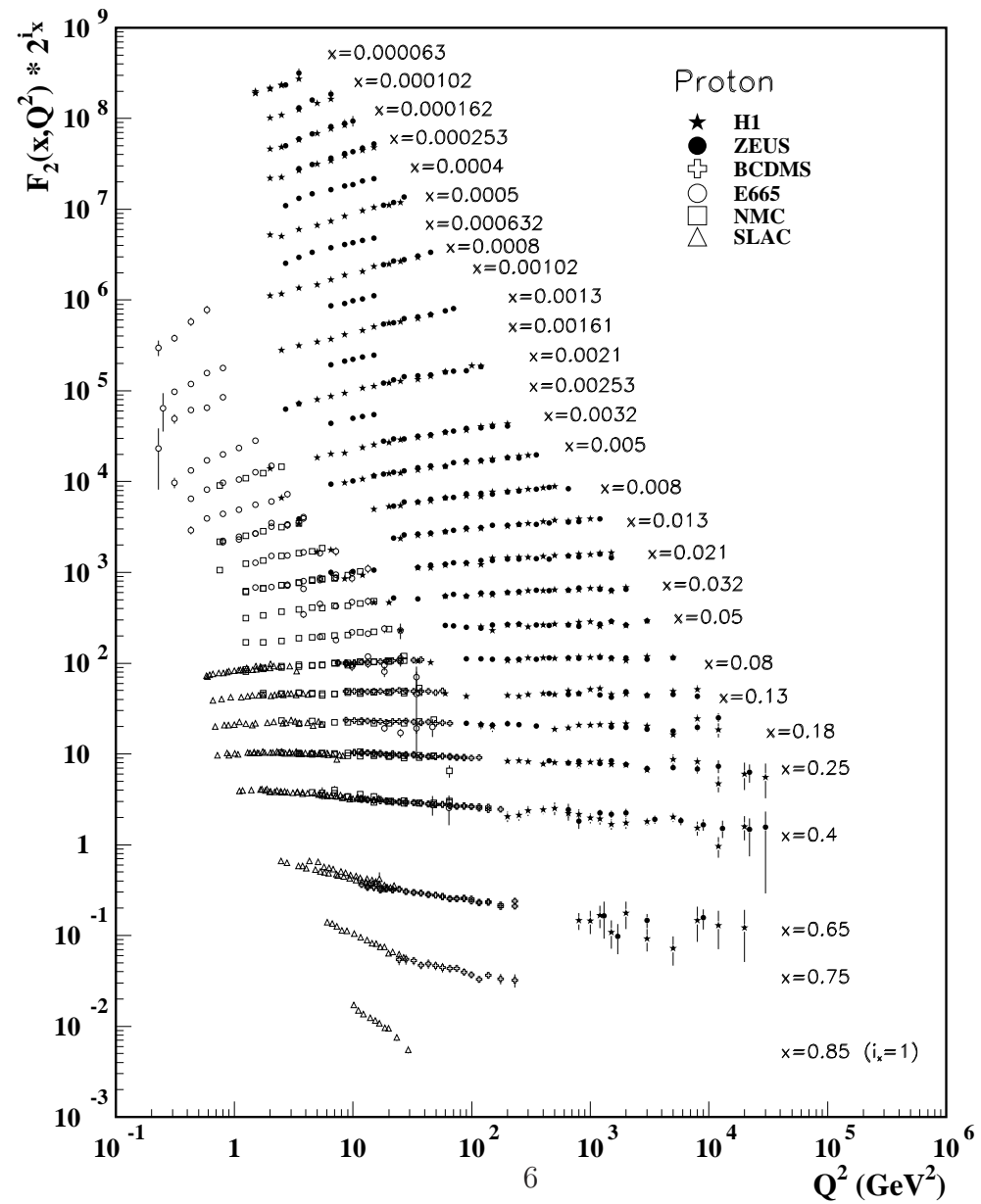
Okazuje się, że funkcje $W_{1,2}$ nie zależą od dwóch zmiennych Q^2 oraz ν , a od jednej, zwanej x – Bjorkena

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu}$$

$$MW_1(Q^2, \nu) = F_1(x)$$

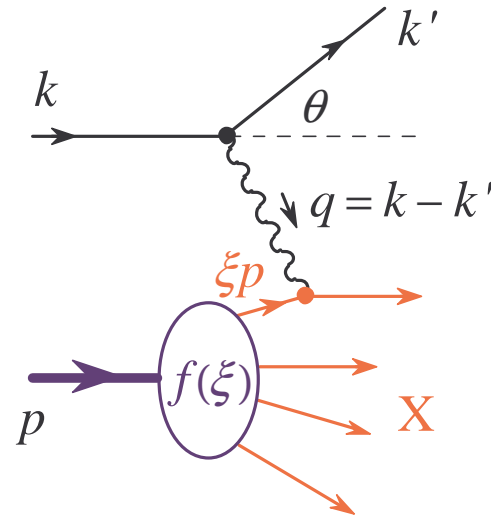
$$\nu W_2(Q^2, \nu) = F_2(x)$$

Skalowanie Bjorkena.



Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Model partonów:



- czas fluktuacji protonu: $\tau_p \sim 1/\Delta E$, czas oddziaływania: $\tau_{\text{coll}} \sim 1/\nu$, wybieramy układ gdzie $\tau_{\text{coll}} \ll \tau_p$
- $f(\xi)$ – prawd. znalezienia w protonie partonu o pędzie $p_\xi = \xi p$ (rysunek mylący)
- stąd: $0 < \xi < 1$
- przekrój czynny jest sumą po wszystkich partonach i całką po $d\xi f(\xi)$.

Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Problem z kinematyką: partony są bezmasowe (lub mają małe masy), a my wybraliśmy

$$p = M(1, 0, 0, 0)$$

tzn., że masa partonu $m_\xi = \xi M$. Wtedy zachowanie czteropędu w wierzchołku

$$(\xi p + q)^2 = m_\xi^2$$

daje

$$\xi^2 M^2 + 2\xi M\nu - Q^2 = \xi^2 M^2 \rightarrow \xi = \frac{Q^2}{2M\nu} = x$$

Aby dostać przekrój czyny na takim partonie, należy we wzorze na rozpraszanie elastyczne zamienić

$$M \rightarrow \xi M$$

Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Przekrój czynny

$$\left. \frac{d\sigma_i}{dQ^2 d\nu} \right|_{\text{partonowy}} = \frac{\pi\alpha^2 e_i^2}{4\omega^3 \omega' \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ \cos^2 \frac{\theta}{2} + \frac{Q^2}{4\xi_i^2 M^2} 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\} \delta \left(\nu - \frac{1}{\xi_i} \frac{Q^2}{2M} \right)$$

i dalej

$$\frac{d\sigma}{dQ^2 d\nu} = \sum_i \int d\xi_i f_i(\xi_i) \left. \frac{d\sigma_i}{dQ^2 d\nu} \right|_{\text{partonowy}} = \frac{\pi\alpha^2}{4\omega^3 \omega' \sin^4 \frac{\theta}{2}} \left\{ W_2 \cos^2 \frac{\theta}{2} + 2W_1 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right\}$$

co daje

$$W_2 = \sum_i e_i^2 \int d\xi f_i(\xi) \delta \left(\nu - \nu \frac{x}{\xi} \right) = \sum_i e_i^2 \int d\xi f_i(\xi) \frac{\xi^2}{\nu x} \delta(\xi - x) = \frac{1}{\nu} \sum_i e_i^2 x f_i(x)$$

$$W_1 = \sum_i e_i^2 \int d\xi f_i(\xi) \frac{Q^2}{4\xi^2 M^2} \frac{\xi^2}{\nu x} \delta(\xi - x) = \frac{1}{2M} \sum_i e_i^2 f_i(x).$$

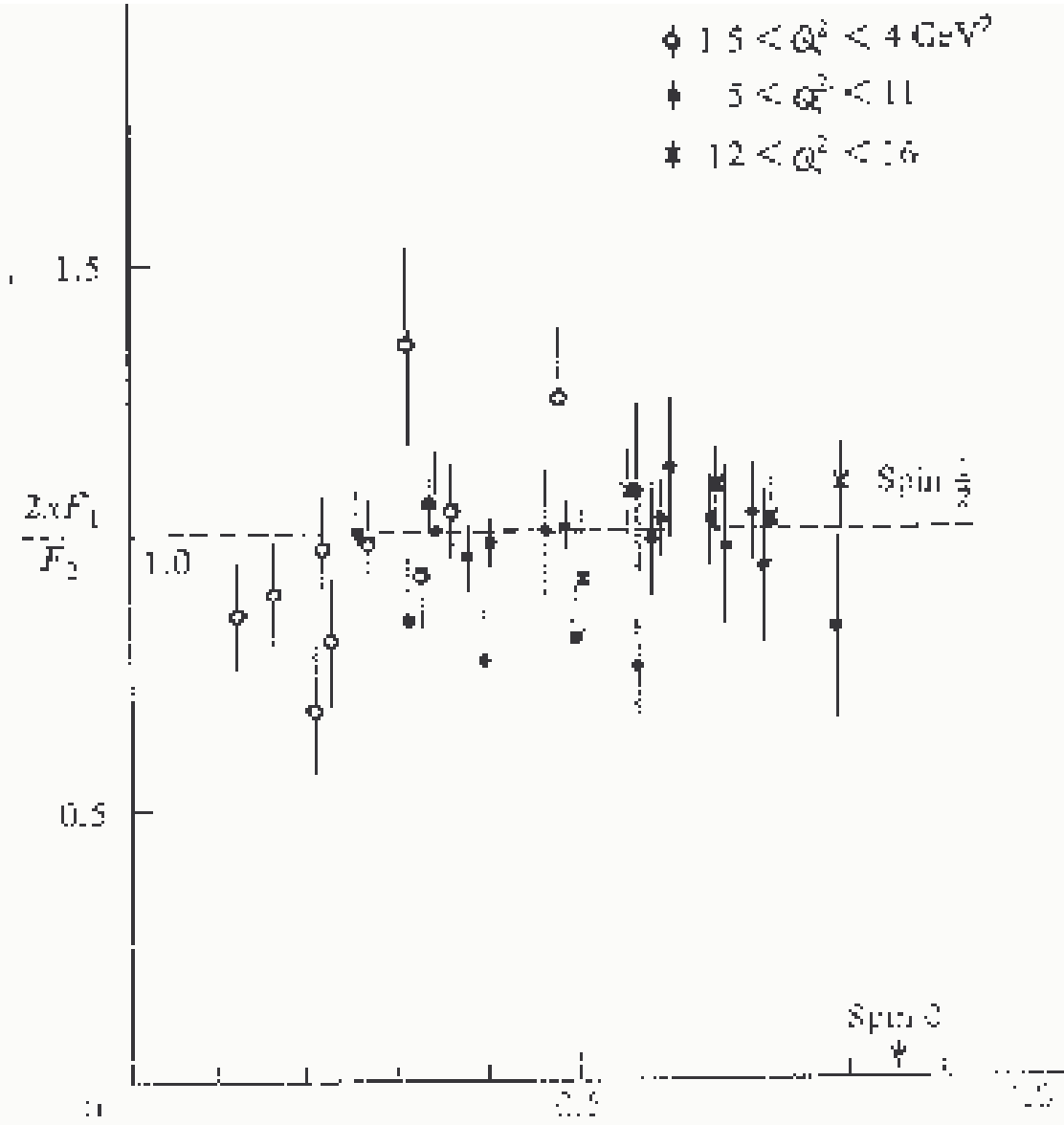
Rozpraszanie głęboko nieelastyczne – model partonów

Definiujemy

$$F_2(x) = \nu W_2 = x \sum_i e_i^2 f_i(x)$$
$$F_1(x) = MW_1 = \frac{1}{2} \sum_i e_i^2 f_i(x)$$

Mamy pierwsze przewidywanie (relacja Callana-Grossa)

$$F_2(x) = 2xF_1(x)$$



Fotony podłużne

Dla fotonu wirtualnego mamy:

$$q = (q^0, 0, 0, q^3) \quad \text{gdzie} \quad q^3 = |\vec{q}| \quad \text{oraz} \quad (q^0)^2 - |\vec{q}|^2 \neq 0.$$

Fotony poprzeczne ($s_z = \pm 1$, wykład 2)

$$\varepsilon^\mu_{\lambda=\pm}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0), \quad \varepsilon^* \varepsilon = -1.$$

Wirtualny foton, tak jak cząstka masowa ma polaryzację podłużną:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{\lambda=0} q = 0 &\rightarrow \varepsilon_{\lambda=0} = \frac{1}{Q}(q^3, 0, 0, q^0) \\ &\rightarrow \varepsilon_{\lambda=0}^2 = \frac{1}{Q^2}((q^3)^2 - (q^0)^2) = 1 \end{aligned}$$

Zdefiniujmy (niefizyczny) przekrój czynny na rozpraszanie fotonu wirtualnego:

$$\sigma_\lambda(\gamma p \rightarrow X) = \text{const.} \alpha \varepsilon_\mu^*(\lambda) \varepsilon_\nu(\lambda) W^{\mu\nu}(p, q)$$

Transwersalny przekrój czynny

$$\sigma_T(\gamma p \rightarrow X) = \text{const.} \alpha \frac{1}{2} \sum_{\lambda=\pm} \varepsilon_\mu^*(\lambda) \varepsilon_\nu(\lambda) W^{\mu\nu}(p, q).$$

Pamiętamy

$$W_{\mu\nu}(p, q) = 4W_2 \left(p_\mu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\mu \right) \left(p_\nu - \frac{p \cdot q}{q^2} q_\nu \right) + 4M^2 W_1 \left(-g_{\mu\nu} + \frac{q_\mu q_\nu}{q^2} \right)$$

stąd:

$$\varepsilon_\mu^*(\lambda) \varepsilon_\nu(\lambda) W^{\mu\nu}(p, q) = 4W_2 (\varepsilon^*(\lambda)p) (\varepsilon(\lambda)p) - 4M^2 W_1 (\varepsilon^*(\lambda)\varepsilon(\lambda))$$

Dla polaryzacji transwersalnych

$$\varepsilon_\mu^*(\lambda) \varepsilon_\nu(\lambda) W^{\mu\nu}(p, q) \sim W_1$$

gdyż

$$p = M(1, 0, 0, 0), \quad \varepsilon^\mu_{\lambda=\pm}(q) = \frac{1}{\sqrt{2}}(0, 1, \pm i, 0), \quad \varepsilon_{\lambda=0} = \frac{1}{Q}(q^3, 0, 0, q^0).$$

Dla polaryzacji podłużnej

$$\varepsilon(\lambda = 0)p = \frac{Mq^3}{Q}$$

(q^3 składowa podłużna) i mamy

$$\varepsilon_\mu^*(\lambda = 0) \varepsilon_\nu(\lambda = 0) W^{\mu\nu}(p, q) = 4 \frac{M^2 |\vec{q}|^2}{Q^2} W_2 - 4M^2 W_1$$

używając

$$|\vec{q}|^2 = Q^2 + (q^0)^2 = Q^2 + \nu^2$$

dostajemy

$$\varepsilon_{\mu}^*(\lambda = 0)\varepsilon_{\nu}(\lambda = 0)W^{\mu\nu}(p, q) = 4M^2 \left[\left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 - W_1 \right]$$

Podłużna funkcja struktury

$$\begin{aligned} W_L &= \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) W_2 - W_1 = \left(1 + \frac{\nu^2}{Q^2}\right) \frac{F_2}{\nu} - \frac{F_1}{M} \\ &= \frac{1}{M} \left[\left(\frac{M}{\nu} + \frac{M\nu}{Q^2}\right) F_2 - F_1 \right] \end{aligned}$$

Pamiętając, że

$$x = \frac{Q^2}{2M\nu} = \text{const.}, \quad \frac{M}{\nu} \rightarrow 0$$

mamy

$$W_L = \frac{1}{M} \left[\frac{1}{2x} F_2 - F_1 \right] = \frac{1}{2xM} [F_2 - 2xF_1]$$

znika w modelu partonów. Podsumowując

$$\sigma_T \sim F_1, \quad \sigma_L \sim \frac{1}{2x} [F_2 - 2xF_1]$$

Poprawki radiacyjne generują niezerowy σ_L .

Znikanie σ_L w modelu partonów wynika z zachowania momentu pędu. W układzie Breita:

