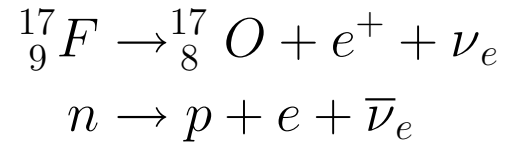
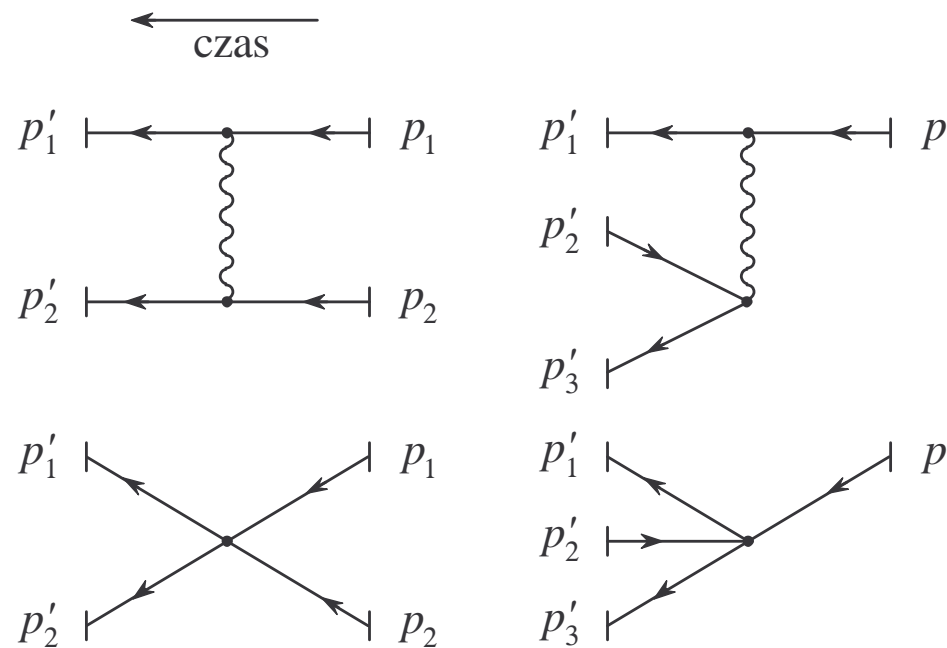


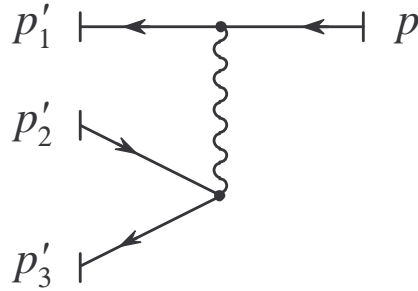
Oddziaływania słabe

Rozpady:



zachodzą poprzez oddziaływania zwane słabymi, gdyż średni czas życia wynosi minuty, podczas gdy typowy czas rozpadów elektromagnetycznych to 10^{-15} s. Jak opisać takie oddziaływania?





Gdyby foton miał masę, to amplituda rozpadu miałaby postać:

$$\mathcal{M}_2 = \frac{ie^2}{(p'_2 + p'_3)^2 - M^2} [\bar{u}_{\varepsilon_1}(p'_1)\gamma^\mu u_\varepsilon(p)] [v_{\varepsilon_2}(p'_2)\gamma_\mu \bar{u}_{\varepsilon_3}(p'_3)]$$

Jeżeli $M^2 \gg (p'_2 + p'_3)^2$ to mamy oddziaływanie czterofermionowe.

Pytania:

- Jak nadać "fotonowi" masę, aby nie złamać symetrii cechowania?
- Jak nadać "fotonowi" ładunek, by $n \rightarrow p$?
- Jak sprzęgać "foton" do fermionów: γ^μ , czy jakoś inaczej?

Łamanie symetrii w modelach teoriopolowych

Rozważmy zespolone pole skalarne:

$$\Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} (\phi_1 + i \phi_2).$$

Gęstość lagrangianu (rzeczywista)

$$\mathcal{L} = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - m^2 \Phi^\dagger \Phi = \frac{\partial \Phi^\dagger}{\partial t} \frac{\partial \Phi}{\partial t} - \vec{\nabla} \Phi^\dagger \cdot \vec{\nabla} \Phi - m^2 \Phi^\dagger \Phi$$

gdzie gęstość potencjału identyfikujemy jako:

$$\vec{\nabla} \Phi^\dagger \cdot \vec{\nabla} \Phi + m^2 \Phi^\dagger \Phi$$

Minimum jest dla stałego pola, gdzie jedyny przyczynek jest od członu masy i minimum potencjału wypada dla $\Phi = 0$.

Co się stanie gdy zmienimy znak m^2 ? Niestabilność!

$$\omega^2 = k^2 - m^2$$

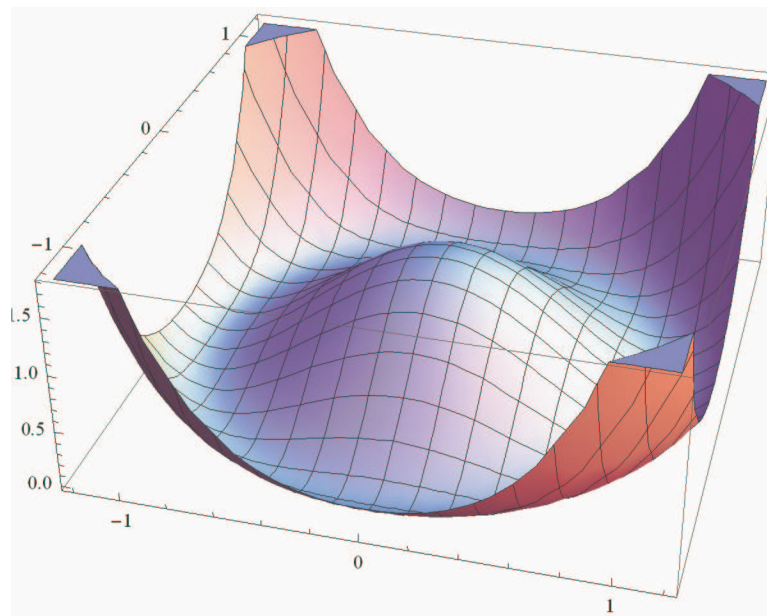
Wybierzmy

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0^2} [\Phi^\dagger\Phi - \phi_0^2]^2,$$

gdzie ϕ_0 jest stałą. Wtedy

$$\mathcal{L} = \partial_\mu\Phi^\dagger\partial^\mu\Phi - V(\Phi^\dagger\Phi).$$

Wtedy minimum potencjału jest dla modułu $|\Phi| = \phi_0$. (Rysunek).



Swoboda wyboru kierunku, bo w minimum

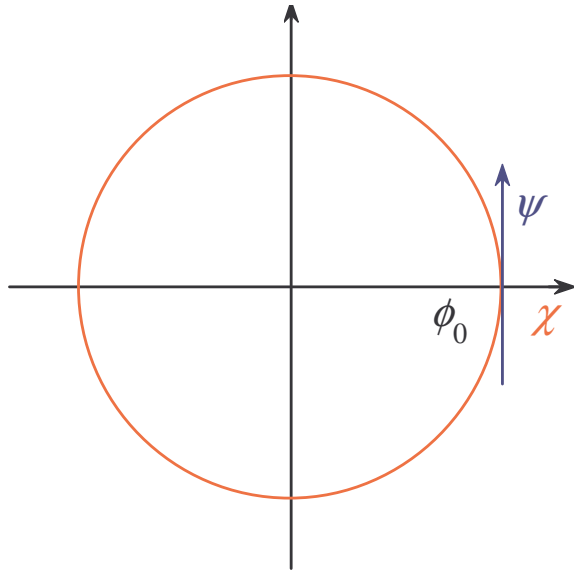
$$\frac{1}{2} (\phi_1^2 + \phi_2^2) = \phi_0^2.$$

Czyli mamy symetrię globalną U(1):

$$\Phi \rightarrow e^{-i\alpha} \Phi.$$

Jednak system musi wybrać jakiś kierunek i wtedy następuje *spontaniczne łamanie symetrii* U(1). Symetria lagrangianu nie jest symetrią próżni. Niech próżnia ma postać

$$\Phi_0 = (\phi_0, 0)$$



Wtedy pole *dynamiczne*

$$\Phi = \phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}(\chi(x) + i\psi(x)).$$

Przepiszmy lagrangian

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi + \frac{1}{2}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi - \frac{m^2}{2\phi_0^2} \left[\sqrt{2}\phi_0\chi + \frac{1}{2}\chi^2 + \frac{1}{2}\psi^2 + \underbrace{\phi_0^2}_{\text{stała}} \right]^2$$

Opuśćmy stałą i podnieśmy nawias do kwadratu

$$[\dots]^2 = 2\phi_0^2\chi^2 + \text{wyższe potegi}$$

Wyższe potegi to oddziaływanie. Mamy

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\chi\partial^\mu\chi - m^2\chi^2 + \frac{1}{2}\partial_\mu\psi\partial^\mu\psi + \mathcal{L}_{\text{int}}.$$

Mamy:

- masowe pole χ
- bezmasowe pole ψ (bozon Goldstone'a)

Przykład zastosowań: łamanie symetrii chiralnej SU(2), trzy bozony Goldstone: mezony π .

Łamanie symetrii lokalnej

Żądanie symetrii lokalnej

$$\Phi(x) \rightarrow \Phi'(x) = e^{-iY\theta(x)}\Phi(x)$$

dodaje pole wektorowe:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & [(\partial_\mu - igY A_\mu) \Phi^\dagger] [(\partial^\mu + igY A^\mu) \Phi] \\ & - \frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - V(\Phi^\dagger\Phi), \end{aligned}$$

gdzie $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Symetria cechowania wymaga by

$$A_\mu(x) \rightarrow A'_\mu(x) = A_\mu(x) + \frac{1}{g} \partial_\mu \theta(x).$$

Pochodna została zastąpiona przez pochodną kowariantną:

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + igY A^\mu$$

Potencjał wybieramy jak poprzednio

$$V(\Phi^\dagger\Phi) = \frac{m^2}{2\phi_0^2} [\Phi^\dagger\Phi - \phi_0^2]^2.$$

Różnica z poprzednim przypadkiem jest taka, że czynnik fazowy zależy od x i zawsze możemy tak wybrać cechowanie, żeby $\Phi'(x)$ było rzeczywiste

$$\Phi'(x) = \phi_0 + \frac{1}{\sqrt{2}}h(x), \quad h(x) - \text{rzeczywiste.}$$

Wtedy:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{\text{free}} + \mathcal{L}_{\text{int}}$$

gdzie

$$\mathcal{L}_{\text{free}} = \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h - m^2 h^2 - \frac{1}{4}F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + g^2 \phi_0^2 A_\mu A^\mu.$$

Pole fotonowe ma masę proporcjonalną do średniej próżniowej pola Φ i stałej sprzężenia (ładunku) q^2 .

Dla kompletu

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = g^2 A_\mu A^\mu \left(\sqrt{2}\phi_0 h + \frac{1}{2}h^2 \right) - \frac{m^2}{2\phi_0^2} h^2 \left(\sqrt{2}\phi_0 h + \frac{1}{4}h^2 \right).$$

Przed złamaniem symetrii mieliśmy 4 stopnie swobody:

- bezmasowe pole wektorowe – 2 stopnie swobody,
- zespolone pole skalarne – 2 stopnie swobody,

po złamaniu symetrii mamy

- masowe pole wektorowe – 3 stopnie swobody,
- jedno skalarne pole rzeczywiste – 1 stopień swobody.

Zjawisko zamiany jednego pola skalarnego na masę pola wektorowego nosi nazwę mechanizmu Higgsa, a pole skalarne h nazywamy polem Higgsa.

Łamanie symetrii globalnej

Twierdzenie Goldstone'a:

Na każdy *złamany* generator przypada bezmasowa cząstka zwana bozonem Goldstone'a. W naszym przykładzie grupa $U(1)$ miała tylko jeden generator i została całkowicie złamana.

Łamanie symetrii lokalnej

Mechanizm Higgsa:

Bezmasowy bozon Goldstone'a zostaje *zjedzony* przez pole wektorowe i dostarcza mu polaryzacji podłużnej; pole wektorowe uzyskuje masę.

Symetria $SU(2) \times U(1)$

Wystartujemy z lagrangianu, który oprócz symetrii $U(1)$ ma symetrię $SU(2)$ (Yang, Mills 1954):

$$\Phi = \begin{bmatrix} \Phi_A \\ \Phi_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_1 + i\phi_2 \\ \phi_3 + i\phi_4 \end{bmatrix}.$$

Niech U będzie unitarną macierzą 2×2

$$U = e^{-i\vec{\alpha} \cdot \vec{\tau}}, \quad U^\dagger U = U U^\dagger = 1$$

gdzie $\vec{\alpha} = (\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$ jest zbiorem trzech parametrów *rzeczywistych*, $\vec{\tau} = (\tau_1, \tau_2, \tau_3)$ jest wektorem macierzy Pauliego (generatory symetrii $SU(2)$). Dodatkowo rozważmy mnożenie przez fazę

$$e^{-i\theta\tau_0}$$

gdzie τ_0 jest macierzą jednostkową 2×2 . Postulujemy symetrię potencjału

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta\tau_0} U \Phi.$$

Lagrangian

$$\mathcal{L}_\Phi = \partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi - V(\Phi^\dagger \Phi),$$

gdzie

$$\partial_\mu \Phi^\dagger \partial^\mu \Phi = \sum_{i=1}^4 \partial_\mu \phi_i \partial^\mu \phi_i,$$

$$\Phi^\dagger \Phi = \sum_{i=1}^4 \phi_i^2.$$

Lokalna symetria $SU(2) \times U(1)$

Niezmienniczość względem

$$\theta \rightarrow \theta(x), \quad \vec{\alpha} \rightarrow \vec{\alpha}(x)$$

wymaga wprowadzenia pól cechowania.

Dla $U(1)$ (tak jak poprzednio) wprowadzamy pole wektorowe \vec{B}

$$\begin{aligned} B_\mu(x) &\rightarrow B'_\mu(x) = B_\mu(x) + \frac{2}{g_1} \partial_\mu \theta \\ &= e^{-i\theta\tau_0} B_\mu(x) e^{i\theta\tau_0} + i \frac{2}{g_1} (\partial_\mu e^{-i\theta\tau_0}) e^{i\theta\tau_0} \end{aligned}$$

czynnik 2 jest kwestią konwencji. Wówczas pochodna

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + i \frac{g_1}{2} B^\mu$$

Jeśli zaniedbać $\vec{\alpha}$

$$\begin{aligned}
 D'_\mu \Phi' &= \left(\partial_\mu + i \frac{g_1}{2} B'_\mu \right) \Phi' \\
 &= \left(\partial_\mu + i \frac{g_1}{2} (e^{-i\theta\tau_0} B_\mu + i \frac{2}{g_1} (\partial_\mu e^{-i\theta\tau_0})) e^{i\theta\tau_0} \right) e^{-i\theta\tau_0} \Phi \\
 &= \left(\underbrace{(\partial_\mu e^{-i\theta\tau_0})}_{\text{cancel}} + e^{-i\theta\tau_0} \partial_\mu + i \frac{g_1}{2} e^{-i\theta\tau_0} B_\mu - \underbrace{(\partial_\mu e^{-i\theta\tau_0})}_{\text{cancel}} \right) \Phi \\
 &= e^{-i\theta\tau_0} \left(\partial_\mu + i \frac{g_1}{2} B_\mu \right) \Phi = e^{-i\theta\tau_0} (D_\mu \Phi)
 \end{aligned}$$

dalej

$$(D'_\mu \Phi')^\dagger = (D_\mu \Phi)^\dagger e^{i\theta\tau_0}$$

i w konsekwencji człon kinetyczny

$$(D^{\mu'} \Phi')^\dagger (D'_\mu \Phi') = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi)$$

jest niezmienniczy.

Pole cechowania SU(2)

Zamiast jednego pola $B_\mu(x)$ mamy trzy pola (pomijamy U(1))

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_\mu(x) &= W_\mu^k(x)\tau_k = W_\mu^1(x)\tau_1 + W_\mu^2(x)\tau_2 + W_\mu^3(x)\tau_3 \\ &= \begin{bmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

gdź

$$\tau_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad \tau_2 = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \quad \tau_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}.$$

Jeżeli pole \mathbf{W}_μ transformuje się jako

$$\begin{aligned} \mathbf{W}_\mu &\rightarrow \mathbf{W}'_\mu = U\mathbf{W}_\mu U^\dagger + i\frac{2}{g_2}(\partial_\mu U)U^\dagger \\ &= \left(U\mathbf{W}_\mu + i\frac{2}{g_2}(\partial_\mu U) \right) U^\dagger \end{aligned}$$

a pochodna kowariantna

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + i\frac{g_2}{2}\mathbf{W}^\mu$$

to

$$\begin{aligned} D'_\mu \Phi' &= \left[\partial_\mu + i \frac{g_2}{2} \left(U \mathbf{W}_\mu + i \frac{2}{g_2} (\partial_\mu U) \right) U^\dagger \right] U \Phi \\ &= \left[(\partial_\mu U) + U \partial_\mu + i \frac{g_2}{2} U \mathbf{W}_\mu - (\partial_\mu U) \right] \Phi = U (D_\mu \Phi) \end{aligned}$$

i

$$(D'_\mu \Phi')^\dagger = (D_\mu \Phi)^\dagger U^\dagger$$

i człon kinetyczny jest niezmienniczy:

$$(D'_\mu \Phi)^\dagger (D^{\mu'} \Phi') = (D_\mu \Phi)^\dagger U^\dagger U (D^\mu \Phi) = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi).$$

Pełna symetria $U(1) \times SU(2)$

Transformacja cechowania

$$\begin{aligned}\Phi &\rightarrow \Phi' = e^{-i\theta\tau_0} U \Phi, \\ D_\mu \Phi &\rightarrow D'_\mu \Phi' = e^{-i\theta\tau_0} U D_\mu \Phi \\ B_\mu &\rightarrow B'_\mu = \left(e^{-i\theta\tau_0} B_\mu + i \frac{2}{g_1} (\partial_\mu e^{-i\theta\tau_0}) \right) e^{i\theta\tau_0}, \\ \mathbf{W}_\mu &\rightarrow \mathbf{W}'_\mu = \left(U \mathbf{W}_\mu + i \frac{2}{g_2} (\partial_\mu U) \right) U^\dagger.\end{aligned}$$

Pochodna kowariantna ma postać:

$$\partial^\mu \rightarrow D^\mu = \partial^\mu + i \frac{g_1}{2} B^\mu + i \frac{g_2}{2} \mathbf{W}^\mu = \partial^\mu + i \frac{g_1}{2} B^\mu + i \frac{g_2}{2} W_\mu^k \tau_k$$

Trzy pola W_μ^i mają tę samą stałą sprzężenia g_2 a pole abelowe B_μ inną stałą g . Lagrangian pola Φ

$$\mathcal{L}_\Phi = (D^\mu \Phi)^\dagger (D_\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi)$$

musi zostać uzupełniony o lagrangian dla pól B_μ oraz W_μ^k .

Pola cechowania: pole B_μ

Pole B_μ jest jak foton. Tensor pola

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$$

jest niezmienniczy ze względu na transformację

$$\begin{aligned} B_\mu &\rightarrow B'_\mu = \left(e^{-i\theta\tau_0} B_\mu + i\frac{2}{g_1} (\partial_\mu e^{-i\theta\tau_0}) \right) e^{i\theta\tau_0} \\ &= B_\mu + \frac{2}{g_1} \partial_\mu \theta. \end{aligned}$$

Zatem

$$\mathcal{L}_B = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}.$$

Pola cechowania: pola W_μ^k

Ponieważ pola \mathbf{W}_μ nie komutują (są macierzami), musimy inaczej zdefiniować tensor pola:

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = D_\mu \mathbf{W}_\nu - D_\nu \mathbf{W}_\mu.$$

Taki tensor jest niezmienniczy (pomijamy transformację $U(1)$)

$$\mathbf{W}'_{\mu\nu} = D'_\mu \mathbf{W}'_\nu - D'_\nu \mathbf{W}'_\mu = U \mathbf{W}_{\mu\nu} U^\dagger$$

Zbadajmy

$$\begin{aligned} D'_\mu \mathbf{W}'_\nu &= [\partial_\mu + i \frac{g_2}{2} \underbrace{\left(U \mathbf{W}_\mu + i \frac{2}{g_2} (\partial_\mu U) \right)}_{W'_\mu}] \underbrace{\left(U \mathbf{W}_\nu + i \frac{2}{g_2} (\partial_\nu U) \right)}_{W'_\nu} U^\dagger \\ &= \left\{ [(\partial_\mu U) \mathbf{W}_\nu + U (\partial_\mu \mathbf{W}_\nu) + U \mathbf{W}_\nu \partial_\mu] + i \frac{2}{g_2} [(\partial_\mu \partial_\nu U) + (\partial_\nu U) \partial_\mu] \right\} U^\dagger \\ &+ \left\{ i \frac{g_2}{2} U \mathbf{W}_\mu \mathbf{W}_\nu - U \mathbf{W}_\mu U^\dagger (\partial_\nu U) \right\} U^\dagger \\ &+ \left\{ -(\partial_\mu U) \mathbf{W}_\nu - i \frac{2}{g_2} (\partial_\mu U) U^\dagger (\partial_\nu U) \right\} U^\dagger \end{aligned}$$

Pola cechowania: pola W_{μ}^k

Ponieważ

$$UU^{\dagger} = 1$$

zatem

$$(\partial_{\nu}U)U^{\dagger} + U(\partial_{\nu}U^{\dagger}) = 0 \quad \rightarrow \quad (\partial_{\nu}U^{\dagger}) = -U^{\dagger}(\partial_{\nu}U)U^{\dagger}$$

i dalej

$$\begin{aligned} D'_{\mu}\mathbf{W}'_{\nu} &= \left\{ U(\partial_{\mu}\mathbf{W}_{\nu})U^{\dagger} + U\mathbf{W}_{\nu}(\partial_{\mu}U^{\dagger}) \right\} + i\frac{2}{g_2} \left\{ (\partial_{\mu}\partial_{\nu}U)U^{\dagger} + (\partial_{\nu}U)(\partial_{\mu}U^{\dagger}) \right\} \\ &+ \left\{ i\frac{g_2}{2}U\mathbf{W}_{\mu}\mathbf{W}_{\nu}U^{\dagger} + U\mathbf{W}_{\mu}(\partial_{\nu}U^{\dagger}) \right\} \\ &+ \left\{ i\frac{2}{g_2}(\partial_{\mu}U)(\partial_{\nu}U^{\dagger}) \right\} \end{aligned}$$

co daje ostatecznie

$$\begin{aligned}
D'_\mu \mathbf{W}'_\nu &= U \left\{ (\partial_\mu \mathbf{W}_\nu) + i \frac{g_2}{2} \mathbf{W}_\mu \mathbf{W}_\nu \right\} U^\dagger \\
&+ U \left\{ \mathbf{W}_\nu (\partial_\mu U^\dagger) + \mathbf{W}_\mu (\partial_\nu U^\dagger) \right\} \\
&+ i \frac{2}{g_2} \left\{ (\partial_\mu \partial_\nu U) U^\dagger + (\partial_\nu U) (\partial_\mu U^\dagger) + (\partial_\mu U) (\partial_\nu U^\dagger) \right\}.
\end{aligned}$$

Część symetryczna w indeksach $\mu\nu$ kasuje się w różnicy i mamy ostatecznie

$$D'_\mu \mathbf{W}'_\nu - D'_\nu \mathbf{W}'_\mu = U (D_\mu \mathbf{W}_\nu - D_\nu \mathbf{W}_\mu) U^\dagger.$$

Człon kinetyczny dla pól W_{μ}^k

Tensor pola można rozpisać

$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = W_{\mu\nu}^k \tau_k,$$

gdzie

$$W_{\mu\nu}^1 = \partial_{\mu} W_{\nu}^1 - \partial_{\nu} W_{\mu}^1 - g_2 (W_{\mu}^2 W_{\nu}^3 - W_{\nu}^2 W_{\mu}^3)$$

samoodziaływanie pól cechowania \uparrow

Człon kinetyczny

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{8} \text{Tr}(\mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu}) = -\frac{1}{8} \sum_{kl} W_{\mu\nu}^k W^{l\mu\nu} \text{Tr}(\tau_k \tau_l) = -\frac{1}{4} \sum_{k=1}^3 W_{\mu\nu}^k W^{k\mu\nu}$$

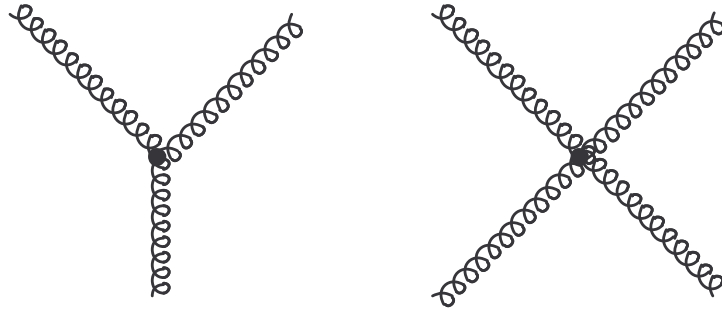
zawiera sprzężenia typu

$$g_2 (\partial_{\mu} W_{\nu}^1 - \partial_{\nu} W_{\mu}^1) (W^{\mu 2} W^{\nu 3} - W^{\nu 2} W^{\mu 3})$$

$$g_2^2 (W_{\mu}^2 W_{\nu}^3 - W_{\nu}^2 W_{\mu}^3) (W^{\mu 2} W^{\nu 3} - W^{\nu 2} W^{\mu 3})$$

$$g_2 (\partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1) (W^{\mu 2} W^{\nu 3} - W^{\nu 2} W^{\mu 3})$$

$$g_2^2 (W_\mu^2 W_\nu^3 - W_\nu^2 W_\mu^3) (W^{\mu 2} W^{\nu 3} - W^{\nu 2} W^{\mu 3})$$



Zmiana bazy

Definiujemy

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_\mu(x) &= \begin{bmatrix} W_\mu^3 & W_\mu^1 - iW_\mu^2 \\ W_\mu^1 + iW_\mu^2 & -W_\mu^3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} W_\mu^3 & \sqrt{2}W_\mu^+ \\ \sqrt{2}W_\mu^- & -W_\mu^3 \end{bmatrix},\end{aligned}$$

czyli

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 \mp iW_\mu^2).$$

Taka definicja bierze się stąd, że mamy:

$$\begin{aligned}\tau^\pm &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau_1 \pm i\tau_2) \rightarrow \tau_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau^+ + \tau^-) \\ &\rightarrow \tau_2 = \frac{i}{\sqrt{2}} (\tau^- - \tau^+)\end{aligned}$$

i dalej

$$\begin{aligned}\mathbf{W}_\mu &= W_\mu^1 \tau_1 + W_\mu^2 \tau_2 + W_\mu^3 \tau_3 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau^+ + \tau^-) W_\mu^1 + i \frac{1}{\sqrt{2}} (\tau^- - \tau^+) W_\mu^2 + W_\mu^3 \tau_3 \\ &= \tau^+ \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 - iW_\mu^2) + \tau^- \frac{1}{\sqrt{2}} (W_\mu^1 + iW_\mu^2) + W_\mu^3 \tau_3 \\ &= \tau^+ W_\mu^+ + \tau^- W_\mu^- + W_\mu^3 \tau_3.\end{aligned}$$

Ostatecznie mamy

$$\mathcal{L}_W = -\frac{1}{4} W_{\mu\nu}^3 W^{3\mu\nu} - \frac{1}{2} W_{\mu\nu}^- W^{+\mu\nu}.$$

Model z lokalną symetrią $SU(2) \times U(1)$

Dla pełnej teorii z symetrią $SU(2) \times U(1)$:

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{-i\theta(x)\tau_0} U \Phi$$

$$U = e^{-i\vec{\alpha}(x) \cdot \vec{\tau}}$$

Lagrangian

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{dyn} + \mathcal{L}_\Phi$$

$$\mathcal{L}_{dyn} = \mathcal{L}_B + \mathcal{L}_W = -\frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu} - \frac{1}{8} \text{Tr}(\mathbf{W}_{\mu\nu} \mathbf{W}^{\mu\nu}),$$

$$\mathcal{L}_\Phi = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi^\dagger \Phi)$$

gdzie

$$B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu,$$
$$\mathbf{W}_{\mu\nu} = \bar{D}_\mu \mathbf{W}_\nu - \bar{D}_\nu \mathbf{W}_\mu.$$

pochodna kowariantna

$$D^\mu = \partial^\mu + i\frac{g_1}{2} B^\mu + i\frac{g_2}{2} \mathbf{W}^\mu$$
$$\bar{D}^\mu = \partial^\mu + i\frac{g_2}{2} \mathbf{W}^\mu$$