

## Logika i Teoria Mnogości, zestaw 1

### Zadanie 1.1

Proszę udowodnić, że

- jeśli  $\alpha \Leftrightarrow 1$ , to  $(\beta \Rightarrow \alpha) \Leftrightarrow 1$
- $\alpha \vee 1 \Leftrightarrow 1$ ,  $\alpha \vee 0 \Leftrightarrow \alpha$ ,  $\alpha \wedge 1 \Leftrightarrow \alpha$ ,  $\alpha \wedge 0 \Leftrightarrow 0$
- jeśli  $\alpha \Rightarrow \beta$  i  $\gamma \Rightarrow \delta$ , to  $\alpha \wedge \gamma \Rightarrow \beta \wedge \delta$  i  $\alpha \vee \gamma \Rightarrow \beta \vee \delta$
- jeśli  $\alpha \Rightarrow \beta$ , to  $\alpha \wedge \beta \Leftrightarrow \alpha$  i  $\alpha \vee \beta \Leftrightarrow \beta$

### Zadanie 1.2

Proszę udowodnić:

- prawo sylogizmu: jeśli  $\alpha \Rightarrow \beta$  i  $\beta \Rightarrow \gamma$ , to  $\alpha \Rightarrow \gamma$
- prawo sylogizmu warunkowego stoików:  $(\alpha \Rightarrow \beta) \Rightarrow ((\beta \Rightarrow \gamma) \Rightarrow (\alpha \Rightarrow \gamma))$
- prawo kontrapozycji: jeśli  $(\sim \beta) \Rightarrow (\sim \alpha)$ , to  $\alpha \Rightarrow \beta$
- prawo Claviusa: jeśli  $((\sim \alpha) \Rightarrow \beta) \Leftrightarrow 1$  dla każdego  $\beta$ , to  $\alpha \Leftrightarrow 1$
- prawo Dunsa Scotusa: jeśli  $\alpha \Leftrightarrow 1$ , to  $(\alpha \Rightarrow \sim \alpha) \Rightarrow \beta$
- prawa tautologii:  $\alpha \vee \alpha \Leftrightarrow \alpha \Leftrightarrow \alpha \wedge \alpha$
- prawo rozdzielności dodawania względem mnożenia:  $\alpha \vee (\beta \wedge \gamma) \Leftrightarrow (\alpha \vee \beta) \wedge (\alpha \vee \gamma)$
- prawo absorpcji:  $\alpha \vee (\alpha \wedge \beta) \Leftrightarrow \alpha \Leftrightarrow \alpha \wedge (\alpha \vee \beta)$

### Zadanie 1.3

Czy następujące zdania są równoważne:

- $\alpha_n \Rightarrow (\alpha_{n-1} \Rightarrow (\dots \Rightarrow (\alpha_1 \Rightarrow \beta)\dots))$  i  $(\alpha_n \wedge \alpha_{n-1} \wedge \dots \wedge \alpha_1) \Rightarrow \beta$
- $(\dots((\beta \Rightarrow \alpha_1) \Rightarrow \alpha_2) \Rightarrow \dots) \Rightarrow \alpha_n$  i  $\beta \Rightarrow (\alpha_n \vee \alpha_{n-1} \vee \dots \vee \alpha_1)$

### Zadanie 1.4

Proszę operacje logiczne  $\sim \alpha$ ,  $\alpha \vee \beta$  i  $\alpha \wedge \beta$  zapisać przy pomocy wyłącznie:

- operatora dyzjunkcji  $\oplus$ , zdefiniowanego jako  $\alpha \oplus \beta \Leftrightarrow \sim (\alpha \wedge \beta)$
- operatora jednoczesnego zaprzeczenia  $\odot$ , zdefiniowanego jako  $\alpha \odot \beta \Leftrightarrow \sim (\alpha \vee \beta)$

Leszek Hadasz  
hadasz@th.if.uj.edu.pl