

## Zestaw zadań nr. 3

## • Zadanie 1

Zakładając że  $f_1(n)$  jest  $O_1(n)$  i  $f_2(n)$  jest  $O(g_2(n))$  udowodnij następujące twierdzenia:

- a)  $f_1(n) + f_2(n) = O(\max(g_1(n), g_2(n)))$
- b) Jeśli istnieje liczba  $k$  taka, że dla każdego  $n > k$ ,  $g_1(n) < g_2(n)$  to  $O(f_1(n)) + O(f_2(n)) = O(g_2(n))$
- c)  $f_1(n) \cdot f_2(n) = O(g_1(n) \cdot g_2(n))$
- d)  $O(c \cdot g(n)) = O(g(n))$
- e)  $c$  jest  $O(1)$

## • Zadanie 2

Udowodnij że:

- a)  $\sum_{i=1}^n i^2$  jest  $O(n^3)$  i ogólniej  $\sum_{i=1}^n i^k = O(n^{k+1})$
- b)  $an^k / \ln(n) = O(n^k)$  ale nie  $\Theta(n^k)$
- c)  $n^{1,1} + n \ln(n) = \Theta(n^{1,1})$
- d)  $2^n$  jest  $O(n!)$ , a  $(n!) \neq O(2^n)$

## • Zadanie 3

Ogranicz funkcję

$$f(n) = n^3/1000 - 100n^2 - 100n + 3$$

używając notacji  $\Theta$ .

## • Zadanie 4

Przeprowadź analizę czasu działania bloków programu:

- Pętla *while*, *do while*, *for* (nie zawierających wywołań funkcji)
- Instrukcja *for* sekwencyjnego bloku instrukcji
- Czas działania programu zawierającego wywołanie funkcji
- Czas działania bloku zawierającego funkcje rekurencyjne

## • Zadanie 5

Rozważmy problem wykrywania powtarzających się elementów w ciągu  $n$  liczb  $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ . Pokaż, że można rozwiązać ten problem w czasie  $\Theta(n \lg n)$  gdzie  $\lg n$  oznacza  $\log_2 n$ .

Wskazówka: Przyjmij że sortowanie możesz wykonać w czasie  $\Theta(n \lg n)$ .