

Zestaw zadań nr. 4

• Zadanie 1

Zakładając że $f_1(n)$ jest $O(g_1(n))$ i $f_2(n)$ jest $O(g_2(n))$ udowodnij następujące twierdzenia:

- a) $f_1(n) + f_2(n)$ jest $O(\max(g_1(n), g_2(n)))$
- b) Jeśli istnieje liczba k taka, że dla $n \ll k$, $g_1(n) < g_2(n)$, to $O(g_1(n)) + O(g_2(n))$ jest $O(g_2(n))$
- c) $f_1(n) \cdot f_2(n)$ jest $O(g_1(n) \cdot g_2(n))$
- d) $O(c \cdot g(n))$ jest $O(g(n))$
- e) c jest $O(1)$

• Zadanie 2

Udowodnij że:

- a) $\sum_{i=1}^n i^2$ jest $O(n^3)$ i ogólniej $\sum_{i=1}^n i^k = O(n^{k+1})$
- b) $an^k / \ln(n)$ jest $O(n^k)$ ale nie $\Theta(n^k)$
- c) $n^{1.1} + n \ln(n)$ jest $\Theta(n^{1.1})$
- d) 2^n jest $O(n!)$, a $n!$ nie jest $O(2^n)$

• Zadanie 3

Wyraź funkcję

$$n^3/1000. - 100n^2 - 100n + 3 \quad (1)$$

używając notacji Θ .

• Zadanie 4

Przeprowadź analizę czasu działania bloków programu:

- Pętla *while*, *do while*, *for* (nie zawierających wywołań funkcji)
- Instrukcja *for* sekwencyjnego bloku instrukcji
- Czas działania programu zawierającego wywołanie funkcji
- Czas działania bloku zawierającego funkcje rekurencyjne

• Zadanie 5

Rozważmy problem wykrywania powtarzających się elementów w ciągu n liczb $\langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$. Pokaż, że można rozwiązać ten problem w czasie $\Theta(n \lg n)$ gdzie $\lg n$ oznacza $\log_2 n$.

Wskazówka: Przyjmij że sortowanie możesz wykonać w czasie $\Theta(n \lg n)$.