Kraków 8.11.2011

Zestaw zadań nr. 5

- Zadanie 1
  Wykaż, że zachodzi
  $$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$
  używając interpretacji kombinatorycznej i rekurencji.
- Zadanie 2
  Zdefiniuj rekurencyjnie:
  - n!
  - n-tą liczbę Fibonaciego.
- Zadanie 3
  Podaj algorytm znajdujący maksymalną liczbę z n-elementowej tablicy przy pomocy
  - iteracji
  - rekurencji
- Zadanie 4
  Uporządkuj podane niżej funkcje wg. asymptotycznego stopnia złożoności tak, aby każda funkcja była asymptotycznie mniejsza od następujących po niej:
  51n+101, $\frac{n^3}{7lg^7n}$, $\frac{n^2+2}{lgn}$, $(\sqrt{n}+1)^3$, $\frac{lgn}{n}$, $\frac{n}{lgn}$, $\sum_{k=0}^{n} k\sqrt{k}$.
- Zadanie 5
  Korzystając z twierdzenia o rekursji uniwersalnej oszacuj rząd wielkości funkcji T zadanej równaniem rekurencyjnym:
  - $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n$
  - $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$
  - $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2 lg_2 n$
  - $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^3$
  - $T(n) = T(\frac{n}{2}) + c$
- Zadanie 6
  Udowodnij przez indukcję, że dla $n \geq 1$ zachodzi: $(\frac{n}{e})^n \leq n! \leq (\frac{n}{e})^n \sqrt{n}e$