

Zestaw zadań nr. 4

• Zadanie 1

Pokaż przez indukcje matematyczną, że dla każdej liczby naturalnej n nie mniejszej od 1 zachodzą równości:

a) $1 - 2 + 3 - 4 + \dots + (2n - 1) - 2n = -n$

b) $1 + 3 + 6 + \dots + n(n + 1)/2 = n(n + 1)(n + 2)/6$

c) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = (n(n + 1)/2)^2$

d) $1 \cdot 1! + 2 \cdot 2! + 3 \cdot 3! + \dots + n \cdot n! = (n + 1)! - 1$

e) $1/2 - 2/2^2 + 3/2^3 - 4/2^4 + \dots + (-1)^{(n-1)} = 1/9(2 + (-1)^{(n-1)}(3n + 2)/2^n)$

• Zadanie 2

Pokaż przez indukcje matematyczną, że $\sum_{k=1}^n k = \frac{1}{2}n(n + 1)$

• Zadanie 3

Wykaż, że zachodzi

$$\binom{n}{k} = \binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k}$$

używając interpretacji kombinatorycznej.

• Zadanie 4

Podaj algorytm znajdujący maksymalną liczbę z n -elementowej tablicy przy pomocy iteracji.

• Zadanie 5

Podaj iteracyjny algorytm na sprawdzanie czy liczba n jest liczbą pierwszą, o złożoności $O(n)$ oraz o złożoności $O(\sqrt{n})$.

• Zadanie 6

Pokaż przez indukcję że n -kąąt wypukły ma $\frac{n(n-3)}{2}$ przekątnych.